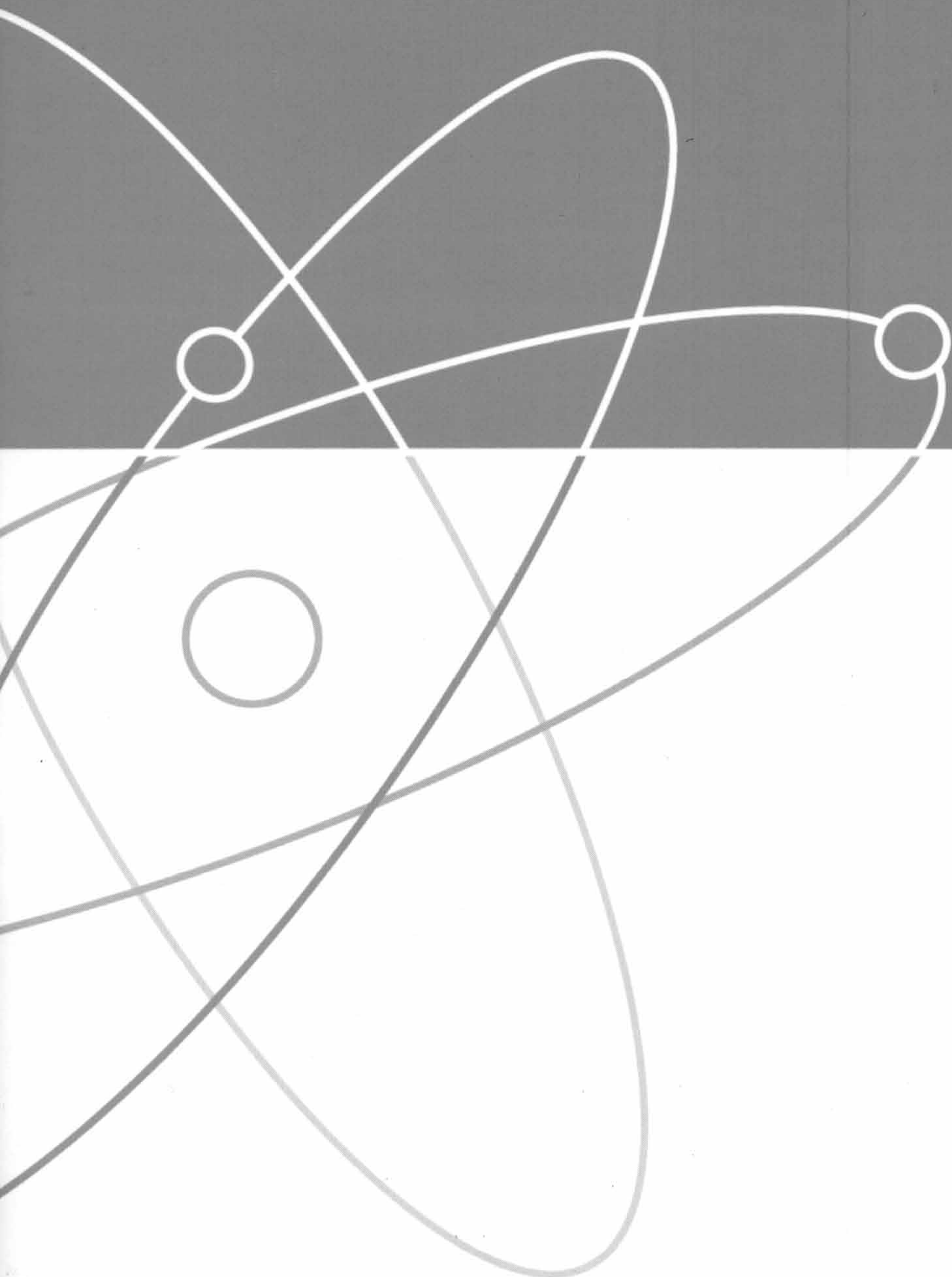


Том 54, № 8
август 2011

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

**ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ**



**ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»**

Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника
(Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika) ISSN 0021-3470 (Russian version)
Radioelectronics and Communications Systems ISSN 0735-2727 (English version)

Главный редактор:

Дубровка Федор Федорович

Проф., д.т.н., радиотехнический факультет, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

Editor-in-Chief

Fedor F. Dubrovka

Prof., Dr. Sci., Faculty of Radio Engineering, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

Адрес для корреспонденции: «Известия вузов. Радиоэлектроника», пр-т Победы 37, корп. 17, НТУУ «КПИ», Киев-56, 03056, Украина. Тел.: (+38 044) 406-82-31, (+38 044) 454-90-41. Факс: (+38 044) 406-82-31.
E-mail: info@radio.kpi.ua. Web: http://www.radio.kpi.ua.

Зам. главного редактора

А. И. Рыбин, Киев, Украина
А. В. Кисляковский, Киев, Украина
В. И. Правда, Киев, Украина

Ответственный секретарь

С. Н. Литвинцев, Киев, Украина

Редакционная коллегия

П. А. Бакулев, Москва, Россия
П. Е. Баранов, Одесса, Украина
В. В. Булдыгин, Киев, Украина
Д. М. Ваврив, Харьков, Украина
Д. И. Воскресенский, Москва, Россия
В. И. Гузь, Киев, Украина
Т. Достал, Прага, Чехия
О. О. Дробахин, Днепропетровск, Украина
С. Я. Жук, Киев, Украина
Ю. Ф. Зиньковский, Киев, Украина
А. А. Кириленко, Харьков, Украина
А. С. Коротков, Санкт-Петербург, Россия
Дж. Модельски, Варшава, Польша
В. И. Найденко, Киев, Украина
Ю. М. Поплавко, Киев, Украина
И. Н. Прудюс, Львов, Украина
В. И. Слюсар, Киев, Украина
В. П. Тараненко, Киев, Украина
А. П. Трифонов, Воронеж, Россия
В. М. Шокало, Харьков, Украина
П. Эденгофер, Бохум, Германия
Е. М. Ящишин, Варшава, Польша

Deputy Editors

A. I. Rybin, Kyiv, Ukraine
A. V. Kislyakovskii, Kyiv, Ukraine
V. I. Pravda, Kyiv, Ukraine

Secretary

S. N. Litvintsev, Kyiv, Ukraine

Editorial Board

P. A. Bakulev, Moscow, Russia
P. Ye. Baranov, Odesa, Ukraine
V. V. Buldygin, Kyiv, Ukraine
D. M. Vavriv, Kharkiv, Ukraine
D. I. Voskresenskii, Moscow, Russia
V. I. Guz', Kyiv, Ukraine
T. Dostal, Prague, Czech Republic
O. O. Drobakhin, Dnipropetrovs'k, Ukraine
S. Ya. Zhuk, Kyiv, Ukraine
Yu. F. Zin'kovskii, Kyiv, Ukraine
A. A. Kirilenko, Kharkiv, Ukraine
A. S. Korotkov, St. Petersburg, Russia
J. Modelski, Warsaw, Poland
V. I. Naidenko, Kyiv, Ukraine
Yu. Poplavko, Kyiv, Ukraine
I. N. Prudyus, L'viv, Ukraine
V. I. Slyusar, Kyiv, Ukraine
V. P. Taranenko, Kyiv, Ukraine
A. P. Trifonov, Voronezh, Russia
V. M. Shokalo, Kharkiv, Ukraine
P. Edenhofer, Bochum, Germany
Y. M. Yashchyshyn, Warsaw, Poland

Издатель: Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр-т Победы 37, Киев, 03056, Украина. Тел. (+38 044) 236-79-89, web: http://www.kpi.ua.

Журнал издается с 1958 года.

© 2011, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
Напечатано в Украине.

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 г.

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Том 54, № 8

Киев

Август 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Гримальский В. В., Кошечая С. В., Рапопорт Ю. Г. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн оптического и терагерцового диапазонов в пленках нитрида галлия	3
Сорочак А. М., Костенко В. И., Чамор Т. Г., Чевнюк Л. В. Импульсно-переключаемый СВЧ-резонатор на монокристаллическом гексаферрите	13
Жалило А. А., Дицкий И. В. Новый эффективный метод устранения циклических фазовых скачков двухчастотных кинематических ГНСС-наблюдений	18
Чусов А. А., Ковылин А. А., Стаценко Л. Г., Миргородская Ю. В. Параллельный поиск сигналов с заданными взаимно и автокорреляционными свойствами на многопроцессорных платформах	29
Кравченко А. И. Натурная экспериментальная оценка «коэффициента радиального удлинения» радиолокационного изображения морского судна	36
Бондаренко М. В., Слюсар В. И. Влияние джиттера АЦП на точность пеленгации цифровыми антенными решетками	41
Маригодов В. К. Физически возможный адаптивный отбеливающий фильтр	50
Яворский И. Н., Кравец И. Б., Мацько И. Й. Спектральный анализ стационарных компонентов периодически коррелированных случайных процессов	55

CONTENTS

Grimalsky V. V., Koshevaya S. V., and Rapoport Yu. G. Superheterodyne Amplification of Electromagnetic Waves of Optical and Terahertz Bands in Gallium Nitride Films	3
Sorochak A. M., Kostenko V. I., Chamor T. G., and Chevnyuk L. V. Pulse-Switchable Microwave Resonator on a Basis of Monocrystal Hexaferrite.	13
Zhalilo A. A. and Ditskiy I. V. New Effective Method of Eliminating Cyclic Phase Slips during Double-Frequency Kinematic GNSS Observations	18
Chusov A. A., Kovylin A. A., Statsenko L. G., and Mirgorodskaya Yu. V. Parallel Search for Signals with Specified Cross- and Autocorrelation Properties on Multiprocessor Platforms	29
Kravchenko O. I. Full-Scale Experimental Estimation of «Radial Stretching Ratio» of Radiolocation Image of Sea Craft	36
Bondarenko M. and Slyusar V. I. Influence of Jitter in ADC on Precision of Direction-Finding by Digital Antenna Arrays	41
Marigodov V. K. Physically Feasible Adaptive Whitening Filter.	50
Yavorskyj I. N., Kravets I. B., and Mats'ko I. Y. Spectral Analysis of Stationary Components of Periodically Correlated Random Processes	55

Учредители: Министерство образования и науки Украины,
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

Регистрация: Журнал зарегистрирован в Государственном Комитете телевидения и радиовещания Украины
Свидетельство КВ № 10692 от 01.12.2005 г.

Разрешение: на распространение на территории Российской Федерации РП № 179 от 10.09.2009.

Над номером работали редакторы: М. А. Шуткова,
М. В. Безлюдная

Подписано в печать 15.07.2011. Формат 60×84/8.
Усл. печ. л. 4,65. Усл. кр.-отт. 4,7. Уч.-изд. л. 5,22. Тираж 360 экз.
Заказ 08/2011.

Адрес редакции: 03056, г. Киев-56, проспект Победы, 37,
НТУУ «Киевский политехнический институт», редакция журнала
«Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника». Тел. +380-44-406-82-31, +380-44-454-90-41.
Интернет: www.radio.kpi.ua, e-mail: info@radio.kpi.ua

Набрано и отпечатано в редакции журнала
«Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника»

УДК 621.391

БОНДАРЕНКО М. В.¹, СЛЮСАР В. И.²

ВЛИЯНИЕ ДЖИТТЕРА АЦП НА ТОЧНОСТЬ ПЕЛЕНГАЦИИ ЦИФРОВЫМИ АНТЕННЫМИ РЕШЕТКАМИ

¹ООО «Пульсар»,

Украина, Днепропетровск, 49044, ул. Рогалева, 9

²Центральный научно-исследовательский институт Военно-Воздушных Сил
Вооруженных Сил Украины,
Украина, Киев

Аннотация. Синтезированы методы пеленгации линейной и строчно-столбцовой антенными решетками. Получены приближенные выражения для дисперсии и математического ожидания угловой оценки в предположении, что джиттер мал. Приведены результаты численного моделирования

Abstract. Direction-finding methods are synthesized for digital antenna array. Approximate expressions of variance of estimates are obtained for case of small jitter. The results of computational modeling are given

Ключевые слова: АЦП, джиттер, цифровая антенная решетка, пеленгация, дисперсия оценки, ADC, jitter, digital antenna array, direction-finding, estimate dispersion

Стремление к уменьшению количества преобразований частоты в радиоприемном тракте радиолокационных систем с целью повышения динамического диапазона системы и уменьшения собственных шумов приемника приводит к повышению частот сигнала на выходе приемного тракта [1]. Это приводит к тому, что в цифровых антенных решетках (ЦАР), являющихся, по сути, многоканальными системами аналого-цифрового преобразования, в цифровом сигнале возрастает уровень шума, вызванного джиттером АЦП в процессе дискретизации. В связи с этим требуется пересмотр выражений, используемых для расчета точности пеленгации.

Ранее [2], моделированием пеленгации линейной ЦАР с помощью решения уравнения правдоподобия (методом перебора), было показано, что дисперсия оценки пеленга зависит от суммы мощностей аддитивного шума и шума, вызванного джиттером АЦП, при условии, что джиттер мал. В работе [3] было предложено модифицированное выражение нижней границы Крамера-Рао (НГКР)

для задачи пеленгации линейной ЦАР в условиях джиттера АЦП, а в [4], аналогичное модифицированное выражение НГКР для плоской эквидистантной строчно-столбцовой ЦАР.

В связи с тем, что для анализа влияния джиттера АЦП на точность пеленгации удобнее иметь аналитическое выражение для оценки направления на источник сигнала, в настоящей работе синтезируется такое выражение для случаев линейной и строчно-столбцовой решеток. Далее, методом линеаризации функций случайных аргументов [5] получены приближенные выражения, характеризующие дисперсию и математическое ожидание синтезированных оценок в условиях джиттера АЦП.

СИНТЕЗ ОЦЕНОК

Для синтеза оценок воспользуемся идеями, изложенными в [6].

Рассмотрим линейную ЦАР из N элементов (рис. 1) с межэлементным расстоянием d . Угол β направления на источник сигнала будет

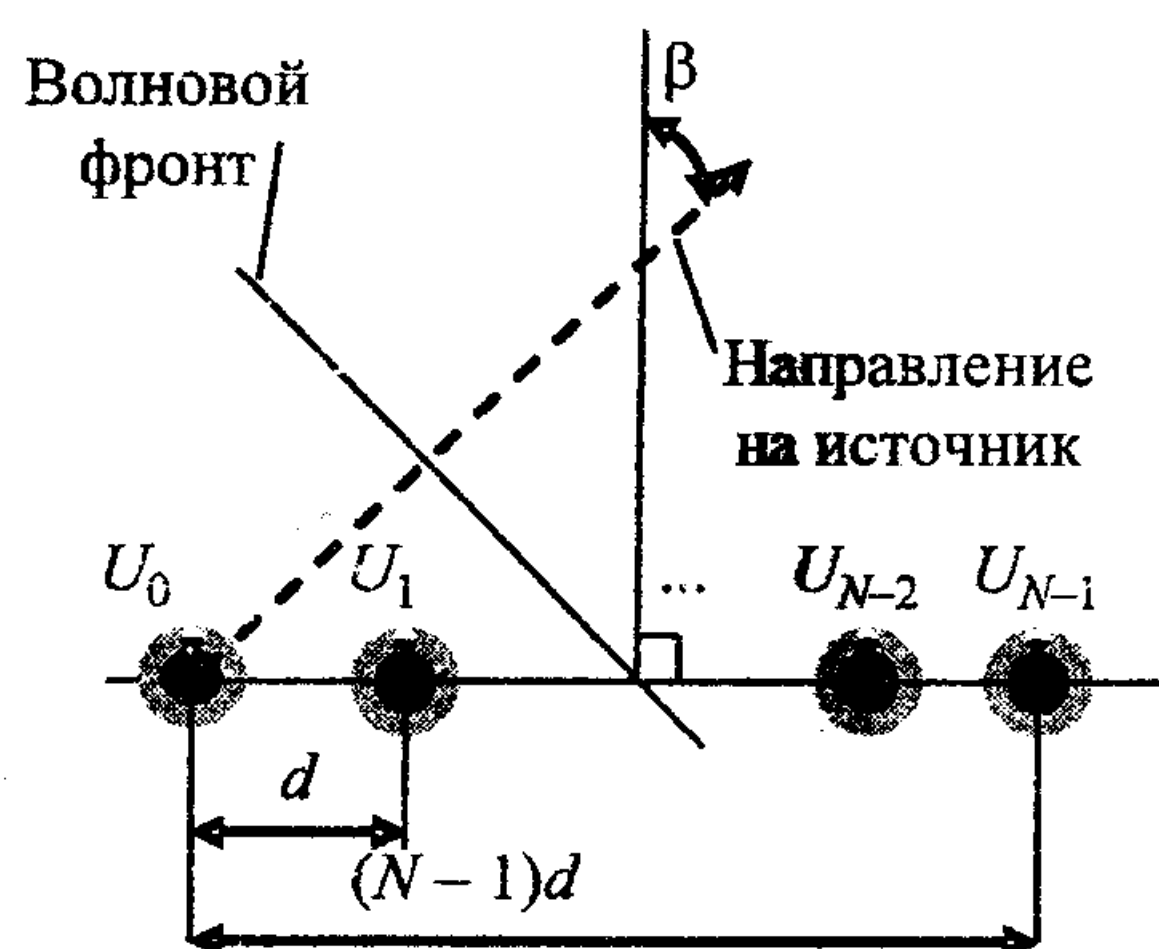


Рис. 1

отсчитываться от нормали к решетке. Пусть принимаемый каждым антенным элементом сигнал с частотой F переносится на промежуточную частоту (ПЧ) f с одновременным формированием аналогового комплексного сигнала.

Выражение для напряжения на выходе n -го приемного канала имеет вид

$$\dot{u}_n(t) = A \exp(j(\omega t - \Omega n d c^{-1} \sin \beta + \varphi)), \quad (1)$$

где n — номер приемного канала, A — амплитуда сигнала, $\omega = 2\pi f$ — круговая промежуточная частота, $\Omega = 2\pi F$ — круговая частота принимаемого сигнала, c — скорость света, φ — начальная фаза сигнала на выходе приемного канала.

Пусть на выходе приемных каналов сигнал дискретизируется с помощью синхронно тактируемых АЦП. Запишем выражения для k -го отсчета синфазной и квадратурной составляющих на выходах АЦП:

$$U_{n,k}^C = A \cos(\Theta_k^C - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^C, \quad (2)$$

$$U_{n,k}^S = A \sin(\Theta_k^S - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^S, \quad (3)$$

где $\Theta_k^C = \omega(Tk + \tau_{n,k}^C) + \varphi$, $\Theta_k^S = \omega(Tk + \tau_{n,k}^S) + \varphi$, T — период дискретизации, $\Psi = \Omega d c^{-1}$, $\tau_{n,k}^{C(S)}$ — случайный временной сдвиг (джиттер) при формировании k -го отсчета n -го при-

емного канала, $\eta_{n,k}^{C(S)}$ — напряжение аддитивного шума при формировании k -го отсчета n -го приемного канала, C и S — синфазная и квадратурная составляющие, соответственно.

Далее считаем, что отсчеты $\tau_{n,k}^{C(S)}$ и $\eta_{n,k}^{C(S)}$ по апертуре решетки независимы, имеют средние значения равные нулю, и дисперсии σ_τ^2 (для случайных временных сдвигов) и σ_η^2 (для отсчетов аддитивного шума), одинаковые для всех АЦП решетки.

В отсутствие шумов рассмотрим следующие суммы отсчетов напряжений на выходах АЦП

$$\begin{aligned} U_{n,k}^C + U_{n+1,k}^C &= \\ &= (1 + \cos(\Psi \sin \beta)) U_{n,k}^C + \sin(\Psi \sin \beta) U_{n,k}^S, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{n,k}^S + U_{n+1,k}^S &= \\ &= (1 + \cos(\Psi \sin \beta)) U_{n,k}^S - \sin(\Psi \sin \beta) U_{n,k}^C. \quad (5) \end{aligned}$$

Перепишем выражения (4) и (5) в виде

$$U_{n+1,k}^C - \mu U_{n,k}^C - \nu U_{n,k}^S = 0, \quad (6)$$

$$U_{n+1,k}^S - \mu U_{n,k}^S + \nu U_{n,k}^C = 0, \quad (7)$$

где $\mu = \cos(\Psi \sin \beta)$, $\nu = \sin(\Psi \sin \beta)$.

Для оценки угла β воспользуемся методом наименьших квадратов. Используя выражения (6) и (7), запишем целевую функцию в виде

$$\begin{aligned} F &= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \left(U_{n+1,k}^C - \mu U_{n,k}^C - \nu U_{n,k}^S \right)^2 + \\ &+ \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \left(U_{n+1,k}^S - \mu U_{n,k}^S + \nu U_{n,k}^C \right)^2. \quad (8) \end{aligned}$$

Минимизируем значение функции F . Приравняв частные производные F по μ и ν нулю

и решая полученную систему уравнений, получим оценки μ и ν :

$$\mu = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^S U_{n+1,k}^S + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^C U_{n+1,k}^C}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} (U_{n,k}^C)^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} (U_{n,k}^S)^2}, \quad (9)$$

$$\nu = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^S U_{n+1,k}^C - \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^C U_{n+1,k}^S}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} (U_{n,k}^C)^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} (U_{n,k}^S)^2}. \quad (10)$$

Оценка угла β имеет вид

$$\hat{\beta} = \arcsin \left(\Psi^{-1} \arctg \left(\frac{\nu}{\mu} \right) \right). \quad (11)$$

Используя результаты (9) и (10), перепишем выражение (11) в виде (12) (см. внизу с. 43).

Обобщим предложенный метод на случай прямоугольной строчно-столбцовой эквидистантной антенной решетки N на M элементов (рис. 2).

Напряжение на выходе приемного канала в момент времени t для каждого элемента антенны можно записать в виде

$$\dot{u}_{n,m}(t) = A \exp \left(j \left(\omega t - \Omega n \frac{d_x \sin \alpha}{c} - \Omega m \frac{d_y \sin \beta}{c} + \varphi \right) \right), \quad (13)$$

где $n(m)$ — номер элемента по горизонтали (вертикали), A — амплитуда сигнала,

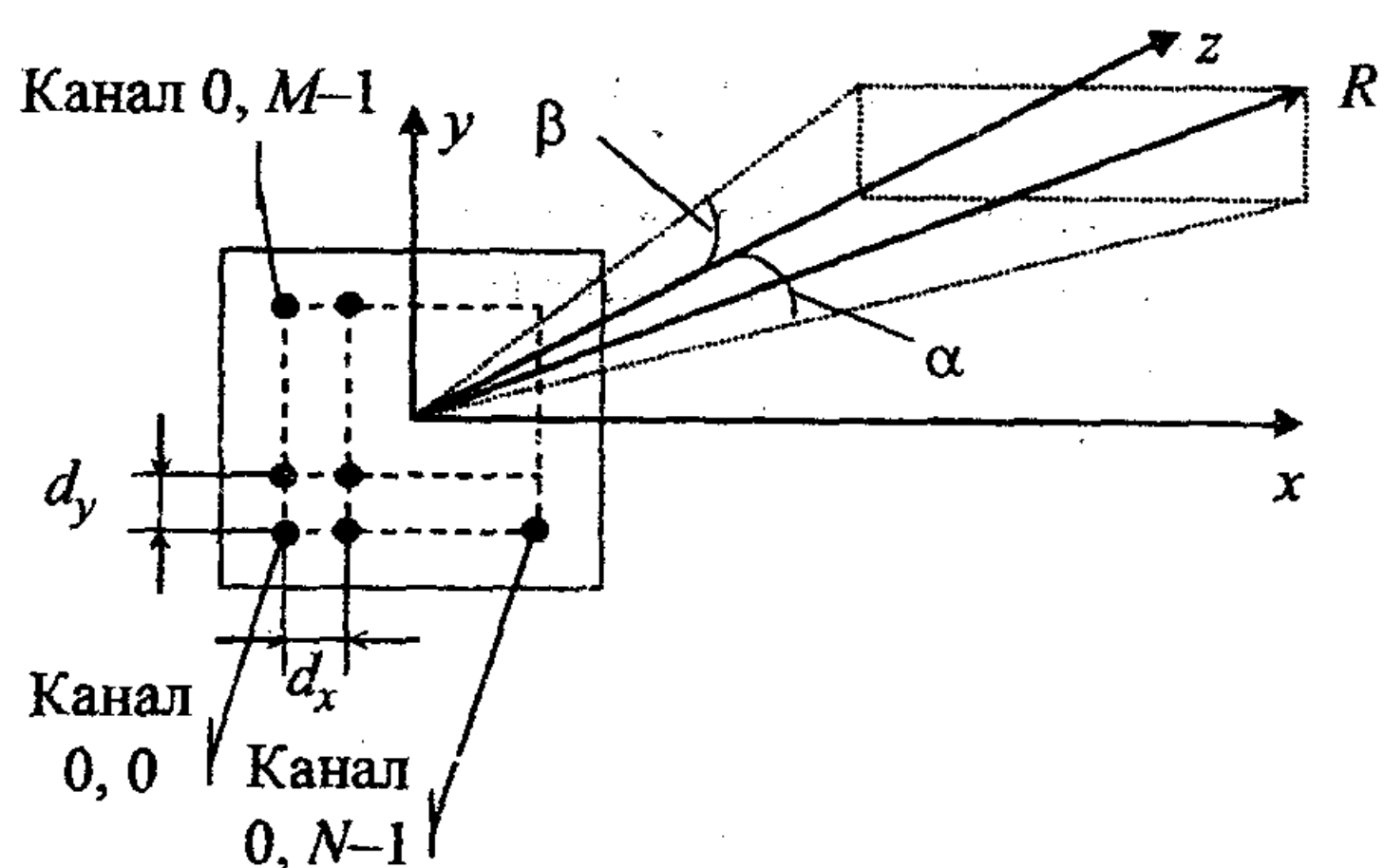


Рис. 2

$\omega = 2\pi f$ — круговая промежуточная частота, $\Omega = 2\pi F$ — круговая частота принимаемого сигнала, c — скорость света, φ — начальная фаза сигнала на выходе приемного канала, $d_x(d_y)$ — расстояние между элементами по горизонтали (вертикали), углы α и β определяются как углы между нормалью к геометрическому центру решетки и проекцией направления на источник сигнала на плоскости xOz (для угла α) и yOz (для угла β).

Как и в предыдущем случае, на выходе приемных каналов сигнал дискретизируется с помощью синхронно тактируемых АЦП с джиттером. Тогда выражения для k -го отсчета синфазной и квадратурной составляющих на выходах АЦП имеют вид

$$U_{n,m,k}^C = \quad (14)$$

$$= A \cos \left(\Theta_{n,m,k}^C - \Psi n \sin \alpha - Y m \sin \beta \right) + \eta_{n,m,k}^C,$$

$$U_{n,m,k}^S = \quad (15)$$

$$= A \sin \left(\Theta_{n,m,k}^S - \Psi n \sin \alpha - Y m \sin \beta \right) + \eta_{n,m,k}^S,$$

$$\hat{\beta} = \arcsin \left(\Psi^{-1} \arctg \left(\frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^S U_{n+1,k}^C - \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^C U_{n+1,k}^S}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^S U_{n+1,k}^S + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} U_{n,k}^C U_{n+1,k}^C} \right) \right). \quad (12)$$

где $U_{n,m,k}^C, U_{n,m,k}^S$ — отсчеты синфазного и квадратурного сигналов, соответственно, на выходах АЦП приемного канала (n, m) , $\Theta_{n,m,k}^C = \omega(Tk + \tau_{n,m,k}^C) + \varphi$, $\Theta_{n,m,k}^S = \omega(Tk + \tau_{n,m,k}^S) + \varphi$, $\Psi = \Omega d_x c^{-1}$, $Y = \Omega d_y c^{-1}$, T — период дискретизации АЦП, $\tau_{n,m,k}^C, \tau_{n,m,k}^S$ — случайный временной сдвиг при формировании k -го отсчета синфазной и квадратурной составляющих приемного канала (n, m) , соответственно, $\eta_{n,m,k}^C, \eta_{n,m,k}^S$ — напряжение аддитивного шума при формировании k -го отсчета синфазной и квадратурной составляющих приемного канала (n, m) , соответственно.

Аналогично случаю линейной ЦАР, пренебрегая шумами, рассмотрим следующие суммы отсчетов напряжений

$$U_{n,m,k}^C + U_{n+1,m,k}^C = \quad (16)$$

$$= (1 + \cos(\Psi \sin \alpha)) U_{n,m,k}^C + \sin(\Psi \sin \alpha) U_{n,m,k}^S,$$

$$U_{n,m,k}^S + U_{n+1,m,k}^S = \quad (17)$$

$$= (1 + \cos(\Psi \sin \alpha)) U_{n,m,k}^S - \sin(\Psi \sin \alpha) U_{n,m,k}^C,$$

$$U_{n,m,k}^C + U_{n,m+1,k}^C = \quad (18)$$

$$= (1 + \cos(Y \sin \beta)) U_{n,m,k}^C + \sin(Y \sin \beta) U_{n,m,k}^S,$$

$$U_{n,m,k}^S + U_{n,m+1,k}^S = \quad (19)$$

$$= (1 + \cos(Y \sin \beta)) U_{n,m,k}^S - \sin(Y \sin \beta) U_{n,m,k}^C.$$

Перепишем выражения (16)–(19) в следующем виде

$$U_{n+1,m,k}^C - \mu_\alpha U_{n,m,k}^C - \nu_\alpha U_{n,m,k}^S = 0, \quad (20)$$

$$U_{n+1,m,k}^S - \mu_\alpha U_{n,m,k}^S + \nu_\alpha U_{n,m,k}^C = 0, \quad (21)$$

$$U_{n,m+1,k}^C - \mu_\beta U_{n,m,k}^C - \nu_\beta U_{n,m,k}^S = 0, \quad (22)$$

$$U_{n,m+1,k}^S - \mu_\beta U_{n,m,k}^S + \nu_\beta U_{n,m,k}^C = 0, \quad (23)$$

где $\mu_\alpha = \cos(\Psi \sin \alpha)$, $\nu_\alpha = \sin(\Psi \sin \alpha)$, $\mu_\beta = \cos(Y \sin \beta)$, $\nu_\beta = \sin(Y \sin \beta)$.

Используя выражения (20)–(23), запишем целевую функцию для отыскания величин $\mu_\alpha, \nu_\alpha, \mu_\beta, \nu_\beta$ по методу наименьших квадратов:

$$F_2 =$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n+1,m,k}^C - \mu_\alpha U_{n,m,k}^C - \nu_\alpha U_{n,m,k}^S \right)^2 \\ &+ \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n+1,m,k}^S - \mu_\alpha U_{n,m,k}^S + \nu_\alpha U_{n,m,k}^C \right)^2 \\ &+ \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m+1,k}^C - \mu_\beta U_{n,m,k}^C - \nu_\beta U_{n,m,k}^S \right)^2 \\ &+ \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m+1,k}^S - \mu_\beta U_{n,m,k}^S + \nu_\beta U_{n,m,k}^C \right)^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Минимизируем значение функции F_2 . Приравняв частные производные F_2 по $\mu_\alpha, \nu_\alpha, \mu_\beta, \nu_\beta$ и решая полученную систему уравнений относительно величин $\mu_\alpha, \nu_\alpha, \mu_\beta, \nu_\beta$, получим:

$$\mu_\alpha =$$

$$\frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n,m,k}^C U_{n+1,m,k}^C + U_{n,m,k}^S U_{n+1,m,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(\left(U_{n,m,k}^C \right)^2 + \left(U_{n,m,k}^S \right)^2 \right)}, \quad (25)$$

$$\nu_\alpha =$$

$$\frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n,m,k}^S U_{n+1,m,k}^C - U_{n,m,k}^C U_{n+1,m,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(\left(U_{n,m,k}^C \right)^2 + \left(U_{n,m,k}^S \right)^2 \right)}, \quad (26)$$

$$\mu_\beta =$$

$$= \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m,k}^C U_{n,m+1,k}^C + U_{n,m,k}^S U_{n,m+1,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(\left(U_{n,m,k}^C \right)^2 + \left(U_{n,m,k}^S \right)^2 \right)} \quad (27)$$

$$v_\beta =$$

$$= \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m,k}^S U_{n,m+1,k}^C - U_{n,m,k}^C U_{n,m+1,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(\left(U_{n,m,k}^C \right)^2 + \left(U_{n,m,k}^S \right)^2 \right)} \quad (28)$$

Запишем оценки для величин α и β в виде:

$$\hat{\alpha} = \arcsin \left(\Psi^{-1} \operatorname{arctg} \left(\frac{v_\alpha}{\mu_\alpha} \right) \right),$$

$$\hat{\beta} = \arcsin \left(Y^{-1} \operatorname{arctg} \left(\frac{v_\beta}{\mu_\beta} \right) \right). \quad (29)$$

Используя результаты (25)–(28), окончательно перепишем оценки (29) в виде (30), (31) (см. внизу с. 45).

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОЦЕНОК

Оценки (12), (30) и (31) в результате воздействия шума представляют собой случайные величины. Получим приближенные выражения для математического ожидания и дисперсии синтезированных оценок в условиях джиттера АЦП. Для этого воспользуемся методом линеаризации функции случайных аргументов [5].

Представим оценку (12) в виде функции малых случайных отсчетов джиттера и аддитивного шума

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}(\bar{\eta}, \bar{\tau}), \quad (32)$$

где

$$\bar{\eta} = (\eta_{0,0}^C, \eta_{1,0}^C, \dots, \eta_{N-1,K-1}^C, \eta_{0,0}^S, \eta_{1,0}^S, \dots, \eta_{N-1,K-1}^S)$$

— вектор отсчетов аддитивного шума,

$$\bar{\tau} = (\tau_{0,0}^C, \tau_{1,0}^C, \dots, \tau_{N-1,K-1}^C, \tau_{0,0}^S, \tau_{1,0}^S, \dots, \tau_{N-1,K-1}^S)$$

— вектор случайных временных сдвигов.

Запишем приближенные значения оценки в виде разложения в ряд Тейлора по параметрам $\tau_{n,k}^C$, $\tau_{n,k}^S$ и $\eta_{n,k}^C$, $\eta_{n,k}^S$ сохраняя члены разложения до первого порядка малости включительно:

$$\hat{\alpha} = \arcsin \left(\Psi^{-1} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n,m,k}^S U_{n+1,m,k}^C - U_{n,m,k}^C U_{n+1,m,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(U_{n,m,k}^C U_{n+1,m,k}^C + U_{n,m,k}^S U_{n+1,m,k}^S \right)} \right) \right), \quad (30)$$

$$\hat{\beta} = \arcsin \left(Y^{-1} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m,k}^S U_{n,m+1,k}^C - U_{n,m,k}^C U_{n,m+1,k}^S \right)}{\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-2} \left(U_{n,m,k}^C U_{n,m+1,k}^C + U_{n,m,k}^S U_{n,m+1,k}^S \right)} \right) \right). \quad (31)$$

$$\hat{\beta} \approx \hat{\beta}(\bar{\tau}_0, \bar{\eta}_0) + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \tau_{n,k}^C} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \tau_{n,k}^C + \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \tau_{n,k}^S} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \tau_{n,k}^S, \quad (33)$$

где $\bar{\eta}_0 = \bar{\eta}|_{\eta_{n,k}^C=0, \eta_{n,k}^S=0}$, $\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}|_{\eta_{n,k}^C=0, \eta_{n,k}^S=0}$ ($n=0, N-1, k=0, K-1$).

В соответствии с методикой, описанной в [5], математическое ожидание оценки имеет вид

$$E\{\hat{\beta}\} \approx \hat{\beta}(\bar{\tau}_0, \bar{\eta}_0) = \beta, \quad (34)$$

где $E\{\dots\}$ — операция вычисления математического ожидания.

Для дисперсии на основании выражения (33) можно записать следующее выражение

$$D\{\hat{\beta}\} = \sigma_\tau^2 \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \tau_{n,k}^C} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \right)^2 + \sigma_\tau^2 \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \tau_{n,k}^S} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \right)^2 + \sigma_\eta^2 \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \eta_{n,k}^C} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \right)^2 + \sigma_\eta^2 \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\left. \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \eta_{n,k}^S} \right|_{\substack{\bar{\eta}=\bar{\eta}_0 \\ \bar{\tau}=\bar{\tau}_0}} \right)^2, \quad (35)$$

где $D\{\dots\}$ — операция вычисления дисперсии.

Вычисляя производные и подставляя их в выражение (35) окончательно получаем выражение для дисперсии оценки в виде

$$D\{\hat{\beta}\} = \frac{3}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{K(N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta} + \frac{2\sigma_\eta^2}{A^2 K(N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta} + \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{K^2 (N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta} \frac{\sin(2\omega TK)}{\sin(2\omega T)} \times \times \cos(2\omega T(K-1) + 4\varphi - 2(N-1)\Psi \sin \beta) \times \times \cos(2(N-1)\Psi \sin \beta). \quad (36)$$

В случае если период накопления содержит целое число периодов входного сигнала, т.е. $fT = n/m$ — несократимая дробь (n, m — натуральные числа) и $K = Pm$ (P — натуральное число, $(m > 2) \wedge (m \neq 4)$), выражение (36) принимает более простой вид

$$D\{\hat{\beta}\} = \frac{\left(\frac{3}{2} P_{\text{дш}} + P_{\text{аш}}\right)}{A^2 K(N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta}, \quad (37)$$

где $P_{\text{дш}} = A^2 \omega^2 \sigma_\tau^2$ — средняя мощность шума, вызванного джиттером; $P_{\text{аш}} = 2\sigma_\eta^2$ — средняя мощность аддитивного шума.

При $m = 4$ и целом числе периодов сигнала P выражение (36) принимает вид

$$D\{\hat{\beta}\} = \frac{1}{4P(N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta} \left(\frac{P_{\text{аш}}}{A^2} + \frac{P_{\text{дш}}}{A^2} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{(-1)^{P+n+1}}{8} \cos(4\varphi - 2(N-1)\Psi \sin \beta) \times \times \cos(2(N-1)\Psi \sin \beta) \right) \right). \quad (38)$$

Для двумерного случая строчно-столбцовой решетки аналогичным способом можно получить следующие выражения математических ожиданий оценок величин α и β :

$$E\{\hat{\beta}\} = \beta, \quad E\{\hat{\alpha}\} = \alpha. \quad (39)$$

Для дисперсий оценок выражения имеют вид

$$D\{\hat{\alpha}\} = \frac{3}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{K(N-1)^2 M \Psi^2 \cos^2 \alpha} + \frac{2\sigma_\eta^2}{A^2 K(N-1)^2 M \Psi^2 \cos^2 \alpha} + \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{K^2 (N-1)^2 M^2 \Psi^2 \cos^2 \alpha} \frac{\sin(2\omega TK)}{\sin(2\omega T)} \times \frac{\sin(2YM \sin \beta)}{\sin(2Y \sin \beta)} \cos[2\omega T(K-1) + 4\varphi - 2\Psi(N-1)\sin \alpha - 2Y(M-1)\sin \beta] \times \cos(2\Psi(N-1)\sin \alpha), \quad (40)$$

$$D\{\hat{\beta}\} = \frac{3}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{KN(M-1)^2 Y^2 \cos^2 \beta} + \frac{2\sigma_\eta^2}{A^2 KN(M-1)^2 Y^2 \cos^2 \beta} + \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \sigma_\tau^2}{K^2 N^2 (M-1)^2 Y^2 \cos^2 \beta} \frac{\sin(2\omega TK)}{\sin(2\omega T)} \times \frac{\sin(2\Psi N \sin \alpha)}{\sin(2\Psi \sin \alpha)} \cos(2Y(M-1)\sin \beta) \times \cos[2\omega T(K-1) + 4\varphi - 2\Psi(N-1)\sin \alpha - 2Y(M-1)\sin \beta]. \quad (41)$$

Как и в предыдущем случае, если период накопления содержит целое число периодов входного сигнала, т.е. $fT = n/m$ — несократимая дробь (n, m — натуральные числа) и $K = Pm$ (P — натуральное число, $(m > 2) \wedge (m \neq 4)$), выражения (40) и (41) принимают более простой вид, соответственно

$$D\{\hat{\alpha}\} = \frac{\frac{3}{2} P_{\text{дш}} + P_{\text{аш}}}{A^2 K(N-1)^2 M \Psi^2 \cos^2 \alpha}, \quad D\{\hat{\beta}\} = \frac{\frac{3}{2} P_{\text{дш}} + P_{\text{аш}}}{A^2 KN(M-1)^2 Y^2 \cos^2 \beta}. \quad (42)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проверки работоспособности оценок точности было проведено численное моделирование. Во всех экспериментах, результаты которых приводятся ниже, соблюдались следующие условия (кроме отмеченных специально):

- 1) амплитуда гармонического сигнала ПЧ A равнялась 1000 квантов АЦП;
- 2) отношение частоты ПЧ к частоте дискретизации полагалось 7/5;
- 3) количество временных отсчетов K равнялось 5;
- 4) частота ПЧ равнялась 70 МГц;
- 5) среднеквадратическое отклонение (СКО) джиттера σ_τ задавалось в долях периода входного сигнала ПЧ;
- 6) СКО аддитивного шума σ_η задавалось в квантах АЦП;
- 7) распределения отсчетов аддитивного шума и джиттера полагались подчиненными нормальному закону;
- 8) расстояние между элементами решетки вдоль координатных осей полагалось равным половине длины волны;
- 9) для получения каждой точки графика использовалось 100 реализаций.

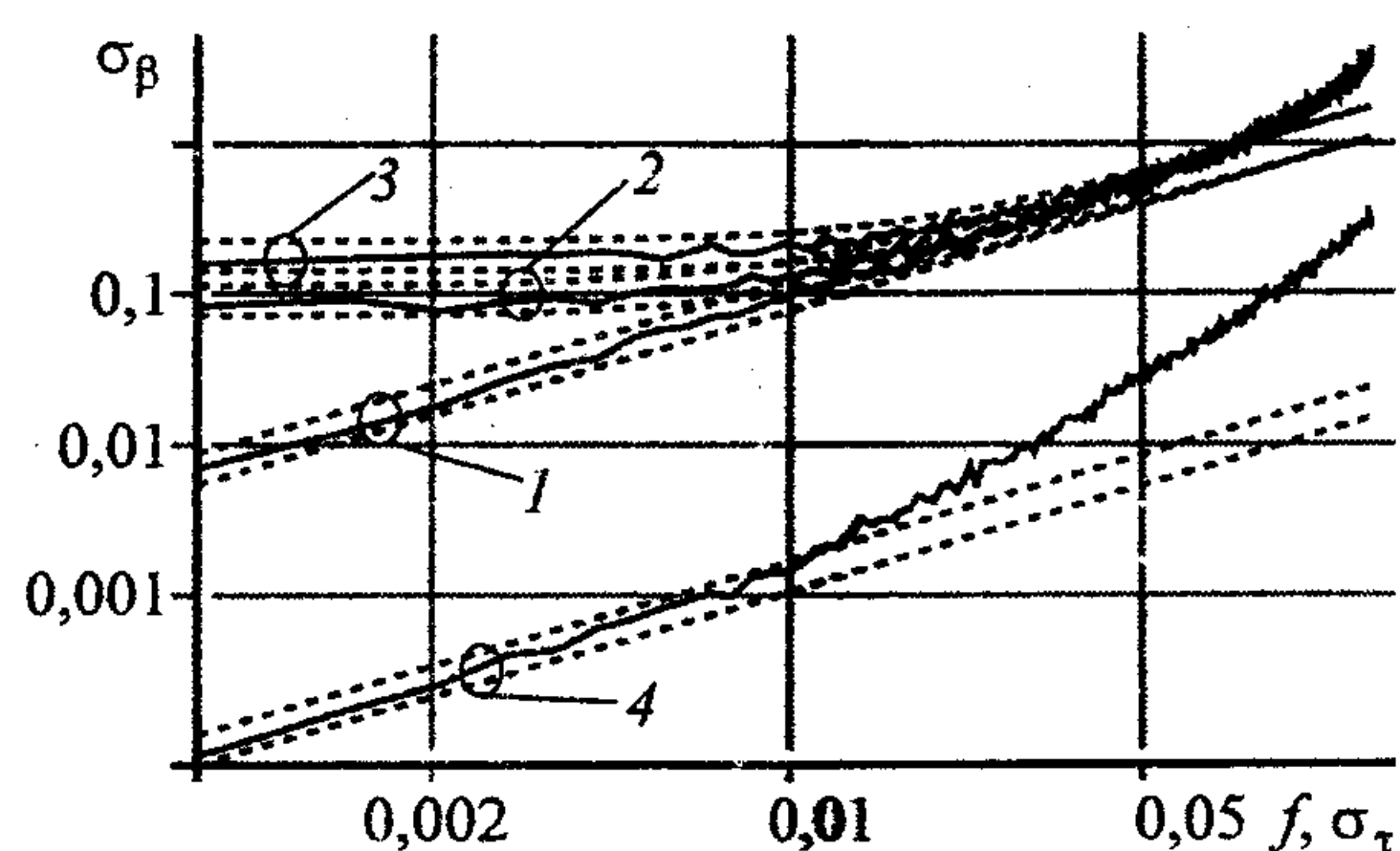


Рис. 3

На рис. 3 приведены результаты численных экспериментов для 8-элементной линейной ЦАР. Проиллюстрирована зависимость (37) роста дисперсии оценки угла в зависимости от роста дисперсии джиттера при постоянной дисперсии аддитивного шума. Направление на источник сигнала $\beta = 20^\circ$. По оси абсцисс отложено СКО джиттера в долях периода частоты ПЧ ($\sigma_\tau f$). По оси ординат — СКО оценки угла β (в градусной мере). Масштаб по обеим осям — логарифмический. На рисунке представлены 4 пронумерованные серии из трех кривых каждая: сплошная линия — экспериментальная оценка СКО, полученная по 100 реализациям для каждого значения ($\sigma_\tau f$) (оценка угла проводилась по формуле (12)); пунктирные линии — нижняя и верхняя границы доверительного интервала. Доверительный интервал сформирован для доверительной вероятности 0,999 с использованием распределения χ^2 (хи-квадрат). Для 100 реализаций коэффициент для верхней границы доверительного интервала составляет 1,29. Для нижней границы коэффициент составляет 0,808 [7]. Серии 1, 2, 3 соответствуют $\sigma_\eta = 0, 50, 100$, соответственно. Серия 4 соответствует $\sigma_\eta = 0$ для линейной ЦАР из 512 элементов.

Из рис. 3 видно, что при указанных условиях эксперимента для серий 1–3 и ($\sigma_\tau f$) $\leq 0,05$ СКО оценки угла β с точностью до доверительного интервала совпадает с СКО,

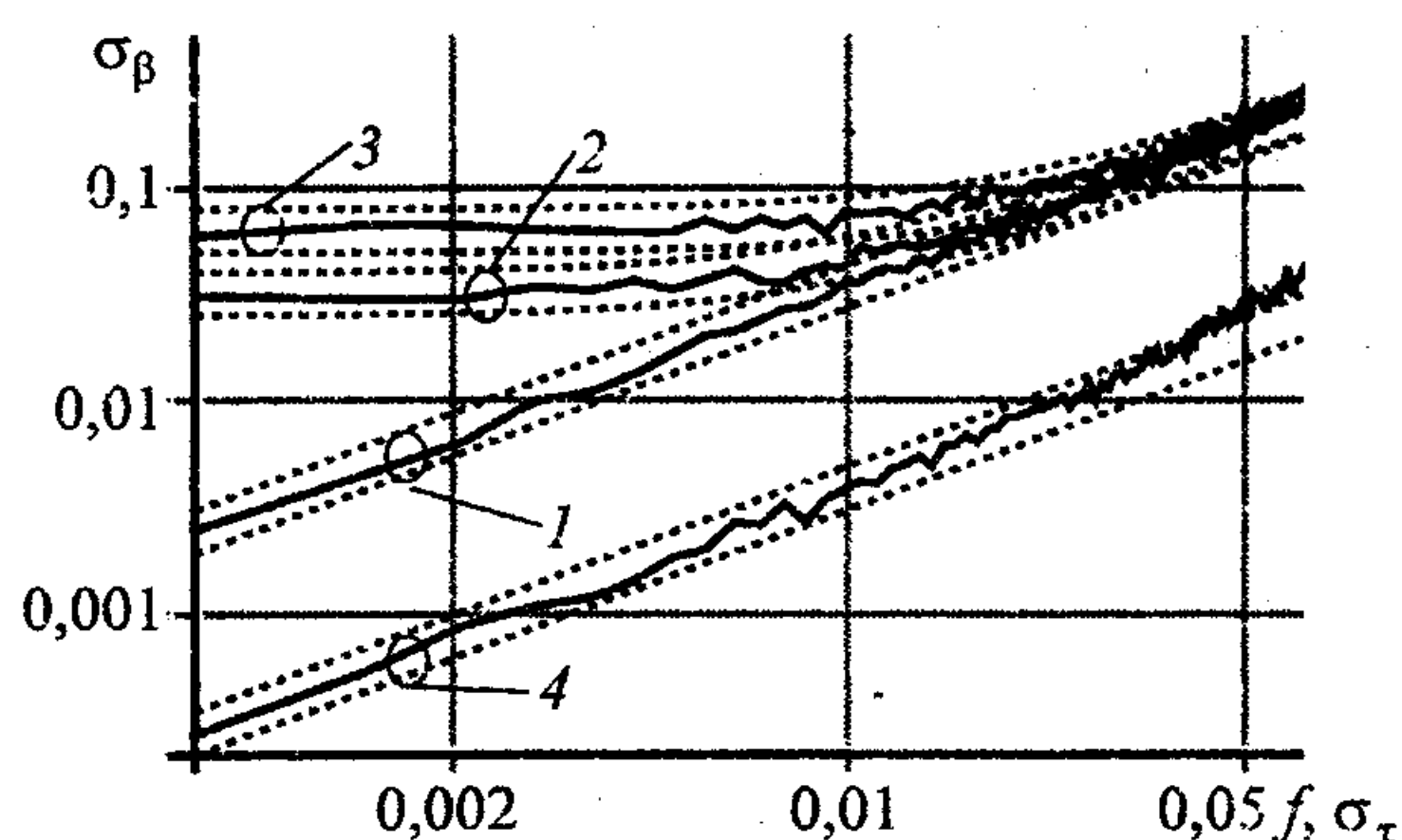


Рис. 4

вычисленным на основании формулы (37). Однако при увеличении числа элементов антенной решетки до 512 элементов значение величины ($\sigma_\eta f$), при котором экспериментальное значение СКО находится в пределах доверительного интервала, уменьшается до $\sim 0,01$.

На рис. 4 приведены результаты численных экспериментов для строчно-столбцовой ЦАР 8×8 элементов. Проиллюстрирована зависимость (42). Направление на источник сигнала $\alpha = 20^\circ, \beta = 20^\circ$. По оси абсцисс отложено СКО джиттера в долях периода частоты ПЧ ($\sigma_\tau f$). По оси ординат — СКО оценки угла β (в градусной мере). Так как для квадратной решетки выражения для дисперсии идентичны с точностью до обозначений, результаты для угла α не приводятся. Масштаб по обеим осям — логарифмический. На рисунке представлены 4 пронумерованные серии из четырех графиков каждая: сплошная линия — экспериментальная оценка СКО, полученная по 100 реализациям для каждого значения ($\sigma_\tau f$) (оценка угла проводилась по формуле (31)); пунктирные линии — нижняя и верхняя границы доверительного интервала. Доверительный интервал сформирован для доверительной вероятности 0,999 с использованием распределения χ^2 (хи-квадрат) для 100 реализаций. Серии 1, 2, 3 соответствуют $\sigma_\eta = 0, 50, 100$, соответственно. Серия 4 соответствует $\sigma_\eta = 0$ для решетки 32×32 элемента.

Из рис. 4 видно, что для серий 1–3 и $(\sigma_{\eta} f) \leq 0,04$ СКО оценки угла β с точностью до доверительного интервала совпадает с СКО, вычисленным на основании формулы (37). При увеличении числа элементов антенной решетки до 1024 элементов (32×32) значение величины $(\sigma_{\eta} f)$, при котором экспериментальное значение СКО находится в пределах доверительного интервала, уменьшается до $\sim 0,03$.

Для сопоставления результатов моделирования с реально существующими системами рассмотрен 16-разрядный АЦП AD9467 фирмы Analog Devices с максимальной частотой дискретизации 250 МГц и максимальной полосой аналогового входного сигнала 900 МГц. В этом случае значение СКО джиттера, равное 1 пс (величина, достижимая с помощью недорогих генераторов тактового сигнала) при частоте входного гармонического сигнала 900 МГц соответствует 9×10^{-4} периода входного сигнала, что находится в пределах экспериментально полученных границ применимости выражений (37) и (42).

Устремив значение амплитуды A в выражении (37) к бесконечности, выполним предельный переход

$$\lim_{A \rightarrow +\infty} D\{\hat{\beta}\} = \frac{3}{2} \frac{\omega^2 \sigma_{\tau}^2}{K(N-1)^2 \Psi^2 \cos^2 \beta}. \quad (42)$$

Результат (42) служит аналитическим подтверждением результатов, полученных численным моделированием в работе [2]:

1) погрешность пеленгации, вызванная джиттером, не может быть устранена путем повышения энергетики;

2) воздействие джиттера, как и воздействие аддитивного шума, может быть уменьше-

но за счет увеличения длины сигнальной выборки и количества элементов решетки.

Аналогичные результаты могут быть получены для строчно-столбцовой решетки.

Результат (38) показывает, что в случае использования популярного способа дискретизации, когда частота дискретизации кратна нечетному числу четвертей частоты входного сигнала, в условиях джиттера АЦП дисперсия оценки угла зависит от начальной фазы входного сигнала. Аналогичный вывод можно получить на основании выражений (40) и (41).

В связи с предполагаемой малостью дисперсий при получении результатов, закон распределения отсчетов шума не оговаривается.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Григорьев Л. Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках / Л. Н. Григорьев. — М. : Радиотехника, 2010. — 144 с.
2. Слюсар В. И. Влияние нестабильности такта АЦП на угловую точность линейной цифровой антенной решетки / В. И. Слюсар // Радиоэлектроника. — 1998. — Т. 41, № 6. — С. 77–80. — (Известия вузов).
3. Слюсар В. И. Потенциальная точность пеленгации в цифровых антенных решетках в условиях джиттера АЦП : військово-техн. зб. Академії сухопутних військ / В. И. Слюсар, М. В. Бондаренко. — Львів : АСВ, 2010. — Вип. 3. — С. 22–26.
4. Слюсар В. І. Оцінка потенційної точності пеленгації цифровою рядково-стовпцевою еквідистантною антенною решіткою в умовах джиттеру АЦП / В. І. Слюсар, М. В. Бондаренко // Проблемні питання розвитку озброєння та військової техніки : науково-техн. конф., 16–17 грудня 2010 р., Київ, Україна. — К. : ЦНДІ ОВТ ЗСУ, 2010. — С. 126–127.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — М. : Наука, 1969. — 576 с.
6. Пат. РФ № 2111496, G01R23/00. Способ измерения частоты гармонических колебаний / В. И. Слюсар, В. И. Покровский, В. Ф. Сахно, И. И. Слюсарь. — Оpubл. 20.05.98, Бюл. № 14.
7. Большев Л. Н. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большев, Смирнов. — М. : Наука, 1983. — 416 с.

Поступила в редакцию 19.05.2011