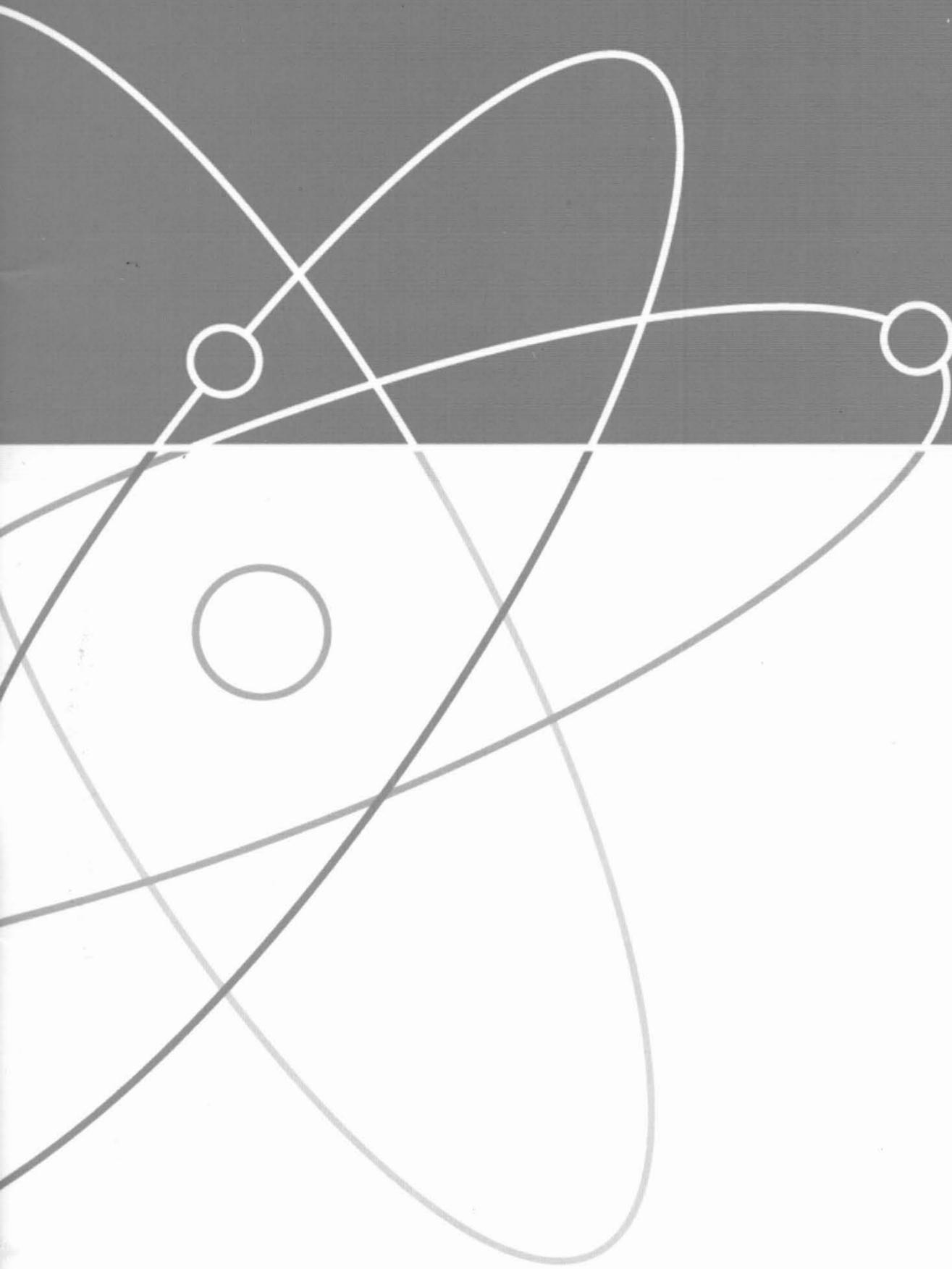


**Том 54, № 10**  
**октябрь 2011**

**ISSN 0021-3470**

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

**ИЗВЕСТИЯ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ  
ЗАВЕДЕНИЙ**



**ИЗДАНИЕ  
НАЦИОНАЛЬНОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА  
УКРАИНЫ  
«КИЕВСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ»**

**Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника**  
*(Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Radioelektronika)* ISSN 0021-3470 (Russian version)  
**Radioelectronics and Communications Systems** ISSN 0735-2727 (English version)

**Главный редактор:**

**Дубровка Федор Федорович**

Проф., д.т.н., радиотехнический факультет, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

**Editor-in-Chief**

**Fedor F. Dubrovka**

Prof., Dr. Sci., Faculty of Radio Engineering, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

**Адрес для корреспонденции:** «Известия вузов. Радиоэлектроника», пр-т Победы 37, корп. 17, НТУУ «КПИ», Киев-56, 03056, Украина. Тел.: (+38 044) 406-82-31, (+38 044) 454-90-41. Факс: (+38 044) 406-82-31.  
E-mail: [info@radio.kpi.ua](mailto:info@radio.kpi.ua). Web: <http://www.radio.kpi.ua>.

**Зам. главного редактора**

А. И. Рыбин, Киев, Украина  
А. В. Кисляковский, Киев, Украина  
В. И. Правда, Киев, Украина

**Ответственный секретарь**

С. Н. Литвинцев, Киев, Украина

**Редакционная коллегия**

П. А. Бакулев, Москва, Россия  
П. Е. Баранов, Одесса, Украина  
В. В. Булдыгин, Киев, Украина  
Д. М. Ваврив, Харьков, Украина  
Д. И. Воскресенский, Москва, Россия  
В. И. Гузь, Киев, Украина  
Т. Достал, Прага, Чехия  
О. О. Дробахин, Днепропетровск, Украина  
С. Я. Жук, Киев, Украина  
Ю. Ф. Зиньковский, Киев, Украина  
А. А. Кириленко, Харьков, Украина  
А. С. Коротков, Санкт-Петербург, Россия  
Дж. Модельски, Варшава, Польша  
В. И. Найденко, Киев, Украина  
Ю. М. Поплавко, Киев, Украина  
И. Н. Прудюс, Львов, Украина  
В. И. Слюсар, Киев, Украина  
В. П. Тараненко, Киев, Украина  
А. П. Трифонов, Воронеж, Россия  
В. М. Шокало, Харьков, Украина  
П. Эденгофер, Бохум, Германия  
Е. М. Ящишин, Варшава, Польша

**Deputy Editors**

A. I. Rybin, Kyiv, Ukraine  
A. V. Kislyakovskii, Kyiv, Ukraine  
V. I. Pravda, Kyiv, Ukraine

**Secretary**

S. N. Litvintsev, Kyiv, Ukraine

**Editorial Board**

P. A. Bakulev, Moscow, Russia  
P. Ye. Baranov, Odesa, Ukraine  
V. V. Buldygin, Kyiv, Ukraine  
D. M. Vavriv, Kharkiv, Ukraine  
D. I. Voskresenskii, Moscow, Russia  
V. I. Guz', Kyiv, Ukraine  
T. Dostal, Prague, Czech Republic  
O. O. Drobakhin, Dnipropetrovs'k, Ukraine  
S. Ya. Zhuk, Kyiv, Ukraine  
Yu. F. Zin'kovskii, Kyiv, Ukraine  
A. A. Kirilenko, Kharkiv, Ukraine  
A. S. Korotkov, St. Petersburg, Russia  
J. Modelski, Warsaw, Poland  
V. I. Naidenko, Kyiv, Ukraine  
Yu. Poplavko, Kyiv, Ukraine  
I. N. Prudyus, L'viv, Ukraine  
V. I. Slyusar, Kyiv, Ukraine  
V. P. Taranenko, Kyiv, Ukraine  
A. P. Trifonov, Voronezh, Russia  
V. M. Shokalo, Kharkiv, Ukraine  
P. Edenhofer, Bochum, Germany  
Y. M. Yashchyshyn, Warsaw, Poland

**Издатель:** Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр-т Победы 37, Киев, 03056, Украина. Тел. (+38 044) 236-79-89, web: <http://www.kpi.ua>.

Журнал издается с 1958 года.

© 2011, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»  
Напечатано в Украине.

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 г.

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ  
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Том 54, № 10

Киев

Октябрь 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Трифонов А.П., Костылев В.И., Сличенко М.П.</b> Потенциальная точность совместных оценок параметров сигнала малоразмерной цели в бистатической радиолокационной системе . . . . .	3
<b>Безвесильный А.А., Ваврив Д.М., Виноградов В.В., Волков В.А., Кожин Р.В., Секретарев С. С.</b> Многовзглядовый радиолокатор с синтезированной апертурой . . . . .	11
<b>Слюсар В.И., Бондаренко М.В.</b> Методы оценивания джиттера АЦП в некогерентных системах . . . . .	19
<b>Соловьева Е. Б.</b> Предкомпенсатор Вольтерры с девиацией динамики для линеаризации усилителя мощности . . . . .	28
<b>Вишневый С.В., Жук С.Я.</b> Двухэтапная совместная некаузальная фильтрация и сегментация неоднородных изображений . . . . .	36
<b>Захаров А.В., Пинчук Л.С.</b> Малогабаритные микрополосковые фильтры задержки на подложках с высокой диэлектрической проницаемостью . . . . .	48
<b>Горобец Н.Н., Тривайло А.В.</b> Экспериментальное исследование побочных электромагнитных излучений компьютерных блоков в частотной области . . . . .	59

## CONTENTS

<b>Trifonov A. P., Kostylev V. L., and Slichenko M. P.</b> Potential Accuracy of Joint Signal Parameters Estimates for a Small-Sized Target in Bistatic Radar System . . . . .	3
<b>Bezvesilniy O. O., Vavriv D. M., Vynogradov V. V., Volkov V. A., Kozhyn R. V., and Sekretarov S. S.</b> Multi-View Synthesized Aperture Radar . . . . .	11
<b>Slyusar V. I. and Bondarenko M.</b> Methods for Estimating the ADC Jitter in Noncoherent Systems . . . . .	19
<b>Solovyeva E. B.</b> Dynamic Deviation Volterra Predistorter Designed for Linearizing Power Amplifiers . . . . .	28
<b>Vishnevyy S. V. and Zhuk S. Ya.</b> Two-Stage Joint Non-Causal Filtering and Segmentation of Nonuniform Images . . . . .	36
<b>Zakharov A. V. and Pinchuk L. S.</b> Small-Sized Microstrip Delay Line Filters on the Substrates with High Permittivity. . . . .	48
<b>Gorobets N. N. and Trivaylo A. V.</b> Experimental Research of Extraneous Electromagnetic Emissions by Computing Units in the Frequency Domain . . . . .	59

---

**Учредители:** Министерство образования и науки Украины,  
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

**Регистрация:** Журнал зарегистрирован в Государственном Комитете телевидения и радиовещания Украины  
Свидетельство КВ № 10692 от 01.12.2005 г.

**Разрешение:** на распространение на территории Российской Федерации РП № 179 от 10.09.2009.

Над номером работали редакторы: М. А. Шуткова,  
М. В. Безлюдная

---

Подписано в печать 10.10.2011. Формат 60×84/8.  
Усл. печ. л. 4,65. Усл. кр.-отт. 4,7. Уч.-изд. л. 5,22. Тираж 360 экз.  
Заказ 10/2011.

---

Адрес редакции: 03056, г. Киев-56, проспект Победы, 37,  
НТУУ «Киевский политехнический институт», редакция журнала  
«Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника». Тел. +380-44-406-82-31, +380-44-454-90-41  
Интернет: [www.radio.kpi.ua](http://www.radio.kpi.ua), e-mail: [info@radio.kpi.ua](mailto:info@radio.kpi.ua)

---

Набрано и отпечатано в редакции журнала  
«Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника»

УДК 621.391

СЛЮСАР В.И.<sup>1</sup>, БОНДАРЕНКО М.В.<sup>2</sup>

## МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ДЖИТТЕРА АЦП В НЕКОГЕРЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

<sup>1</sup>Центральный научно-исследовательский институт Военно-Воздушных Сил  
Вооруженных Сил Украины,  
Украина, Киев

<sup>2</sup>ООО «Пульсар»  
Украина, Днепропетровск, 49044, ул. Рогалева, 9

**Аннотация.** В работе разработан метод оценивания дисперсии джиттера для случая, когда генератор тактового сигнала АЦП и входного измерительного сигнала не синхронизированы во времени. Выполнено обобщение метода на следующие случаи: входной сигнал представляет сумму гармонических составляющих; система АЦП имеет несколько каналов с одинаковыми значениями дисперсий джиттера и аддитивного шума. Приведены результаты численного моделирования

**Abstract.** The paper presents the method of estimating the jitter dispersion developed for the case when the clock pulse generator of ADC and the generator of input test signal are not time synchronized. The generalization of the method was carried out for the following cases: input signal represents a sum of harmonic components; ADC system has several channels with equal values of the jitter and additive noise dispersions. The results of numerical simulation are also presented

**Ключевые слова:** АЦП, джиттер, генератор тактового сигнала, многоканальная система, некогерентная система, ADC, jitter, clock pulse generator, multichannel system, noncoherent system, harmonic signal, sampling, sampling frequency

Рассматриваемые в литературе методы оценивания джиттера в системах с аналого-цифровыми преобразователями (АЦП), как правило, предполагают (в явном или неявном виде), что устройство, генерирующее измерительный сигнал, и генератор тактового сигнала АЦП синхронизированы во времени, обеспечивая тем самым повторяемость событий (например, [1, 2]). Это обеспечивает формирование статистических характеристик отсчетов (например, дисперсии и математического ожидания), полученных в одинаковых условиях. Однако, на практике высококачественные синхронизируемые генераторы (синтезаторы) доступны не всегда вследствие их высокой стоимости. В то же время, цена высококачественных не синхронизируемых генераторов для фиксированных частот существенно

ниже. Кроме того, методы, использующие в качестве источников измерительного сигнала синхронизируемые генераторы (синтезаторы), не всегда возможно применить, когда тестируемая система представляет собой законченное устройство, и встроенный в него генератор невозможно использовать как ведущий генератор измерительной системы (например, в виду низкого качества).

Целью статьи является разработка методов оценивания дисперсии джиттера в системах с АЦП в предположении, что источник сигнала не синхронизирован с тактовым генератором АЦП, а также анализ условий применимости данных методов.

Пусть на входе АЦП с джиттером присутствует гармонический сигнал вида

$$u(t) = A \sin(2\pi Ft + \varphi), \quad (1)$$

где  $A$ ,  $\varphi$ ,  $F$  — амплитуда, начальная фаза и частота входного сигнала, соответственно.

Запишем результат дискретизации сигнала на выходе АЦП в виде разложения в ряд Тейлора в окрестностях моментов дискретизации с сохранением членов первого порядка малости, считая джиттер малым:

$$u_i \approx A \sin(2\pi fi + \varphi) + 2\pi F \tau_i A \cos(2\pi fi + \varphi) + \eta_i, \quad (2)$$

где  $i$  — номер отсчета,  $f$  — отношение частоты входного сигнала к частоте дискретизации,  $\tau_i$  — джиттер при формировании  $i$ -го отсчета,  $\eta_i$  — величина аддитивного шума при формировании  $i$ -го отсчета. Далее считаем, что отсчеты джиттера и аддитивного шума независимы, имеют средние значения, равные нулю, и дисперсии  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$ , соответственно. Будем также полагать, что на всем протяжении наблюдений дисперсии  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$  сохраняются постоянными.

Пусть наблюдаются  $M$  выборок, каждая из которых содержит  $N$  отсчетов. При этом предполагается, что амплитуда и частота входного сигнала от выборки к выборке не изменяются, а начальная фаза выборок, вследствие отсутствия синхронизации генераторов входного и тактового сигналов, является случайной величиной и имеет равномерное распределение в диапазоне от  $-\pi$  до  $\pi$ . Используя представление отсчетов напряжений сигнала (2), запишем среднее значение мощности  $m$ -ой выборки ( $m=0, M-1$ ) в виде

$$P_m = E \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} u_{i,m}^2 \right\} = P_{S,m} + \sigma_\tau^2 P_{D,m} + N \sigma_\eta^2, \quad (3)$$

где  $u_{i,m}$  —  $i$ -й отсчет  $m$ -ой выборки,  $P_{S,m}$  — мощность гармонической составляющей  $m$ -ой выборки,  $\sigma_\tau^2 P_{D,m}$  — мощность шума, вызванного джиттером,  $P_{D,m}$  — квадрат первой производ-

ной сигнала, взятой по отсчетам джиттера в моменты дискретизации:

$$P_{S,m} = A^2 \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(2\pi fi + \varphi_m), \quad (4)$$

$$P_{D,m} = 4\pi^2 F^2 A^2 \sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(2\pi fi + \varphi_m), \quad (5)$$

где  $\varphi_m$  — начальная фаза гармонического сигнала в  $m$ -ой выборке.

Используя известные тригонометрические тождества

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= 2^{-1}(1 + \cos 2\alpha), \\ \sin^2 \alpha &= 2^{-1}(1 - \cos 2\alpha) \end{aligned} \quad (6)$$

и формулу из [3, п.1.341, пп.1]

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n-1} \cos(x + ky) &= \\ &= \cos\left(x + \frac{n-1}{2}y\right) \sin\left(\frac{ny}{2}\right) \sin^{-1}\left(\frac{y}{2}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

выражения для  $P_{S,m}$  и  $P_{D,m}$  можно переписать в виде

$$P_{S,m} = A^2 2^{-1}(N - \quad (8)$$

$$-\cos(2\pi f(N-1) + 2\varphi_m) \sin(2\pi fN) \sin^{-1}(2\pi f)),$$

$$P_{D,m} = 4\pi^2 F^2 A^2 2^{-1}(N + \quad (9)$$

$$+\cos(2\pi f(N-1) + 2\varphi_m) \sin(2\pi fN) \sin^{-1}(2\pi f)).$$

Выражение (9) отражает тот факт, что доля мощности шума наблюдаемой выборки, созданная джиттером, в общем случае зависит от начальной фазы сигнала в выборке.

Для отыскания дисперсии джиттера методом наименьших квадратов по результатам наблюдений, на основании выражений (3)–(5), запишем следующую целевую функцию

$$G_1 = \sum_{m=0}^{M-1} (\hat{P}_m - \hat{P}_{S,m} - \sigma_\tau^2 \hat{P}_{D,m} - N\sigma_\eta^2)^2 = \min, \quad (10)$$

где  $\hat{P}_m$  — оценка общей мощности  $m$ -ой выборки,  $\hat{P}_{S,m}$  — оценка мощности синусоидальной составляющей,  $\hat{P}_{D,m}$  — оценка квадрата первой производной сигнала. Оценка  $\hat{P}_m$  рассчитывается по отсчетам  $m$ -ой выборки. Оценки  $\hat{P}_{S,m}$  и  $\hat{P}_{D,m}$  рассчитываются на основе оценок амплитуды и начальной фазы сигнала в  $m$ -ой выборке по выражениям (4) и (5) или, более эффективно в вычислительном смысле, по выражениям (8) и (9).

Дифференцируя функцию  $G_1$  по  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$ , получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} B_1 - \sigma_\tau^2 B_2 - N\sigma_\eta^2 B_3 = 0, \\ B_4 - \sigma_\tau^2 B_3 - NM\sigma_\eta^2 = 0, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$B_1 = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m} (\hat{P}_m - \hat{P}_{S,m}), \quad B_2 = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m}^2, \quad (12)$$

$$B_3 = \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m}, \quad B_4 = \sum_{m=0}^{M-1} (\hat{P}_m - \hat{P}_{S,m}). \quad (13)$$

Решение системы (11) относительно  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$  дает выражения для оценок дисперсии джиттера и аддитивного шума

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_\tau^2 &= (MB_1 - B_3B_4)(MB_2 - B_3^2)^{-1}, \\ \hat{\sigma}_\eta^2 &= (B_2B_4 - B_1B_3)N^{-1}(MB_2 - B_3^2)^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Условие применимости разработанного метода задается выражением

$$P_{D,m} \neq P_{D,n}, \quad \varphi_m \neq \varphi_n, \quad n, m = \overline{0, M-1}. \quad (15)$$

В случае, если условие (15) не выполняется, т.е.

$$\forall \varphi_m, \varphi_n: P_{D,m} = P_{D,n} = P_D, \quad n, m = \overline{0, M-1},$$

можно показать, что система (11) вырождается в систему из двух одинаковых уравнений вида

$$\sum_{m=0}^{M-1} (\hat{P}_m - \hat{P}_{S,m}) - \sigma_\tau^2 MP_D - NM\sigma_\eta^2 = 0, \quad (16)$$

и получить оценки дисперсий не удастся.

Учитывая выражение (9), условие применимости метода (15) можно записать в уточненном виде

$$\sin(2\pi fN) \sin^{-1}(2\pi f) \neq 0. \quad (17)$$

Обобщим разработанный метод оценивания на случай, когда входной сигнал представляет собой сумму синусоид известной частоты:

$$u(t) = \sum_{k=1}^K A_k \sin(2\pi F_k t + \varphi_k), \quad (18)$$

где  $K$  — число гармонических составляющих разной частоты во входном сигнале,  $A_k$ ,  $F_k$ ,  $\varphi_k$  — амплитуда, частота и начальная фаза  $k$ -ой гармонической составляющей входного сигнала, соответственно.

Считая джиттер малым, запишем результат дискретизации на выходе АЦП в виде разложения в ряд Тейлора в окрестностях моментов дискретизации, сохраняя члены первого порядка малости:

$$\begin{aligned} u_{i,m} &\approx \sum_{k=1}^K A_k \sin(2\pi f_k i + \varphi_{k,m}) + \\ &+ 2\pi\tau_i \sum_{k=1}^K A_k F_k \cos(2\pi f_k i + \varphi_{k,m}) + \eta_i, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $f_k$  — отношение частоты  $k$ -ой составляющей входного сигнала к частоте дискретизации.

Считаем, что среднее значение мощности  $m$ -ой выборки, как и в предыдущем случае, задается выражением (3). При этом величины  $P_{S,m}$  и  $P_{D,m}$  при неизменном их физическом смысле, описываются выражениями:

$$P_{S,m} = \sum_{i=0}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^K A_k \sin(2\pi f_k i + \varphi_{k,m}) \right)^2, \quad (20)$$

$$P_{D,m} = 4\pi^2 \sum_{i=0}^{N-1} \left( \sum_{k=1}^K A_k F_k \cos(2\pi f_k i + \varphi_{k,m}) \right)^2, \quad (21)$$

где  $\varphi_{k,m}$  — начальная фаза  $k$ -ой составляющей гармонического сигнала в  $m$ -ой выборке.

Оценка дисперсии джиттера по-прежнему может быть получена методом наименьших квадратов. При этом целевая функция может быть записана в виде (10). Можно показать, что выражения для оценок дисперсий  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$  имеют вид (14). Выражения для величин  $B_1, B_2, B_3$  и  $B_4$ , входящих в состав оценок, описываются выражениями (12) и (13) (с учетом того, что оценки  $\hat{P}_{S,m}$  и  $\hat{P}_{D,m}$  рассчитываются в соответствии с выражениями (20) и (21)).

Для вывода условия применимости метода учтем следующее тождество

$$\left( \sum_{k=1}^K a_k \right)^2 = \sum_{k=1}^K a_k^2 + 2 \sum_{p=1}^{K-1} \sum_{k=p+1}^K a_k a_p. \quad (22)$$

Тогда, используя тождества (22), (6) и (7), выражение (21) для  $P_{D,m}$  в случае многочастотного входного сигнала можно записать как (23) (см. внизу с. 22).

Из выражения (23) следует следующее условие применимости метода — должно быть справедливо хотя бы одно из следующих выражений

$$\sin(2\pi f_k N) \sin^{-1}(2\pi f_k) \neq 0 \quad (k = \overline{1, K}), \quad (24)$$

$$\sin(\pi(f_p - f_q)N) \sin^{-1}(\pi(f_p - f_q)) \neq 0$$

$$(p = \overline{1, K-1}, q = \overline{p+1, K}), \quad (25)$$

$$\sin(\pi(f_p + f_q)N) \sin^{-1}(\pi(f_p + f_q)) \neq 0$$

$$(p = \overline{1, K-1}, q = \overline{p+1, K}). \quad (26)$$

В случае, если система аналого-цифрового преобразования содержит несколько каналов преобразования, которые (например, в силу используемых схемных и конструктивных решений) могут рассматриваться как идентичные с точки зрения значений дисперсий джиттера и аддитивного шума, тогда целевая функция (10) может быть модифицирована для одновременного использования данных всех каналов при получении оценок дисперсий. В этом случае целевая функция, независимо от того, какой метод используется — одночастотный или многочастотный, имеет вид

$$P_{D,m} = 2\pi^2 \sum_{k=1}^K A_k^2 F_k^2 \left( N + \cos(2\pi f_k(N-1) + 2\varphi_{k,m}) \frac{\sin(2\pi f_k N)}{\sin(2\pi f_k)} \right) +$$

$$+ 4\pi^2 \sum_{p=1}^{K-1} \sum_{q=p+1}^{K-2} A_p F_p A_q F_q \cos(\pi(f_p - f_q)(N-1) + \varphi_{p,m} - \varphi_{q,m}) \frac{\sin(\pi(f_p - f_q)N)}{\sin(\pi(f_p - f_q))} +$$

$$+ 4\pi^2 \sum_{p=1}^{K-1} \sum_{q=p+1}^{K-2} A_p F_p A_q F_q \cos(\pi(f_p + f_q)(N-1) + \varphi_{p,m} + \varphi_{q,m}) \frac{\sin(\pi(f_p + f_q)N)}{\sin(\pi(f_p + f_q))}. \quad (23)$$

$$G_2 = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{m=0}^{M-1} (\hat{P}_{m,q} - \hat{P}_{S,m,q} - \sigma_\tau^2 \hat{P}_{D,m,q} - N\sigma_\eta^2)^2 = \min, \quad (27)$$

где  $\hat{P}_{m,q}$  — оценка общей мощности  $m$ -ой выборки в  $q$ -м канале,  $\hat{P}_{S,m,q}$  — оценка мощности синусоидальной составляющей (или суммы составляющих) в  $q$ -м канале,  $\hat{P}_{D,m,q}$  — оценка квадрата первой производной сигнала в  $q$ -м канале. Оценка  $\hat{P}_{m,q}$  рассчитывается по отсчетам выборки. Оценки  $\hat{P}_{S,m,q}$  и  $\hat{P}_{D,m,q}$  рассчитываются на основе оценок амплитуд и начальных фаз составляющих сигнала.

Дифференцируя функцию  $G_2$  по  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$ , сформируем систему из двух уравнений

$$\begin{cases} R_1 - \sigma_\tau^2 R_2 - N\sigma_\eta^2 R_3 = 0, \\ R_4 - \sigma_\tau^2 R_3 - NQM\sigma_\eta^2 = 0, \end{cases} \quad (28)$$

где

$$R_1 = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m,q} (\hat{P}_{m,q} - \hat{P}_{S,m,q}),$$

$$R_2 = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m,q}^2, \quad (29)$$

$$R_3 = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{P}_{D,m,q},$$

$$R_4 = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{m=0}^{M-1} (\hat{P}_{m,q} - \hat{P}_{S,m,q}). \quad (30)$$

Решая полученную систему (28) относительно  $\sigma_\tau^2$  и  $\sigma_\eta^2$ , получаем выражения для оценок дисперсий джиттера и аддитивного шума

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = (MQR_1 - R_3R_4)(MQR_2 - R_3^2)^{-1},$$

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = (R_2R_4 - R_1R_3)N^{-1}(MQR_2 - R_3^2)^{-1}. \quad (31)$$

Для оценки амплитуд и начальных фаз гармонических составляющих в выборках (в случае многочастотного метода) может быть использован способ, предложенный в [4]. При этом оценивание дисперсии джиттера может быть совмещено с измерением амплитудно-частотных характеристик.

Также, для оценки амплитуд и начальных фаз гармонических составляющих может быть использован метод наименьших квадратов. В этом случае на первом этапе оцениваются квадратурные компоненты амплитуд гармонических составляющих  $m$ -ой выборки. Выражения в матричной форме имеют вид [5]

$$\mathbf{Q} = \{\mathbf{F}^T \mathbf{F}\}^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{U}, \quad (32)$$

где  $\mathbf{Q} = [q_1^s q_1^c q_2^s q_2^c \dots q_K^s q_K^c]^T$  — вектор квадратурных составляющих амплитуд сигналов  $m$ -ой выборки;  $\mathbf{U} = [u_0 u_1 \dots u_{N-1}]^T$  — вектор отсчетов напряжений  $m$ -ой выборки,  $\mathbf{F}$  см. внизу с. 23.

Далее по квадратурным компонентам оцениваются амплитуды и начальные фазы гармонических составляющих

$$\hat{A}_k = \sqrt{(q_k^c)^2 + (q_k^s)^2}, \quad \hat{\phi}_k = \arctg \frac{q_k^s}{q_k^c}. \quad (33)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos p_{1,0} & \sin p_{1,0} & \cos p_{2,0} & \sin p_{2,0} & \dots & \cos p_{K,0} & \sin p_{K,0} \\ \cos p_{1,1} & \sin p_{1,1} & \cos p_{2,1} & \sin p_{2,1} & \dots & \cos p_{K,1} & \sin p_{K,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \cos p_{1,N-1} & \sin p_{1,N-1} & \cos p_{2,N-1} & \sin p_{2,N-1} & \dots & \cos p_{K,N-1} & \sin p_{K,N-1} \end{bmatrix},$$

$$p_{k,i} = 2\pi f_k i \quad (k = \overline{1, K}, i = \overline{0, N-1}).$$

Таблица 1

№	$f$	$\alpha$	$\sigma_{\eta}$	$E\{\hat{\sigma}_{\tau}^2\}$	$\sqrt{D\{\hat{\sigma}_{\tau}^2\}}$	$E\{\hat{\sigma}_{\eta}^2\}$	$\sqrt{D\{\hat{\sigma}_{\eta}^2\}}$	$\frac{\sin(2\pi fN)}{\sin(2\pi f)}$
1	1,991	$10^{-4}$	1,1	$1,07 \times 10^{-8}$	$1,36 \times 10^{-8}$	1,17	0,27	-10,4
2	1,991	$10^{-3}$	1,1	$9,89 \times 10^{-7}$	$2,39 \times 10^{-7}$	1,00	4,70	-10,4
3	1,991	$10^{-2}$	1,1	$9,42 \times 10^{-5}$	$2,40 \times 10^{-5}$	80,95	$4,71 \times 10^2$	-10,4
4	1,991	$5 \times 10^{-2}$	1,1	$7,18 \times 10^{-4}$	$5,02 \times 10^{-4}$	$3,32 \times 10^4$	$9,01 \times 10^3$	-10,4
5	1,999	$10^{-2}$	1,1	$9,65 \times 10^{-5}$	$3,11 \times 10^{-6}$	33,14	37,52	93,55
6	1,999	$10^{-2}$	100	$9,12 \times 10^{-5}$	$1,31 \times 10^{-5}$	$9,92 \times 10^3$	$2,79 \times 10^2$	93,55
7	1,999	$10^{-3}$	1,1	$9,81 \times 10^{-7}$	$2,87 \times 10^{-8}$	1,16	0,34	93,55
8	1,501	$10^{-3}$	1,1	$9,81 \times 10^{-7}$	$2,93 \times 10^{-8}$	1,18	0,34	93,55
9	1,501	$10^{-2}$	1,1	$9,61 \times 10^{-5}$	$3,10 \times 10^{-6}$	38,58	36,97	93,55
10	3,496	$8,74 \times 10^{-4}$	1,5	$7,49 \times 10^{-7}$	$8,62 \times 10^{-8}$	2,20	1,65	-23,39

В случае если частоты компонент входного сигнала нельзя считать известными, необходимо предварительно провести измерение частот (например, используя методы, изложенные в [6]). Однако, необходимо учитывать, что из-за увеличения числа оцениваемых параметров точность оценивания дисперсии джиттера ухудшится.

Для проверки работоспособности разработанных методов было проведено численное моделирование.

В таблице 1 приведены условия и результаты численных экспериментов для одночастотного метода. При генерации выборок отсчетов использовались следующие условия:

- 1) амплитуда гармонического сигнала равнялась 1000 квантов АЦП;
- 2) СКО джиттера  $\sigma_{\tau}$  задавалось в долях периода входного сигнала;
- 3) СКО аддитивного шума  $\sigma_{\eta}$  задавалось в квантах АЦП;

4) распределения отсчетов аддитивного шума и джиттера полагались подчиненными нормальному закону.

Для получения одной пары оценок  $\hat{\sigma}_{\tau}^2$  и  $\hat{\sigma}_{\eta}^2$  использовалось 100 выборок. Длина каждой выборки равнялась 100 отсчетам. В таблице 1 приведены следующие результаты: выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_{\tau}^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_{\tau}^2\}}$  для  $\hat{\sigma}_{\tau}^2$ , выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_{\eta}^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_{\eta}^2\}}$  для  $\hat{\sigma}_{\eta}^2$ . Выборочные средние и СКО оценивались по серии из 1000 экспериментов.

На основании данных таблицы 1 можно сделать следующие выводы:

1. При  $\sigma_{\tau} > 10^{-3}$  появляется смещение оценки  $\hat{\sigma}_{\eta}^2$  и рост СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_{\eta}^2\}}$ , что делает невозможным совместное оценивание дисперсий джиттера и аддитивного шума (позиции №№ 3–5).

Таблица 2

№	$f_1$	$f_2$	$\sigma_\tau$	$\left  \frac{\sin(2\pi f_1 N)}{\sin(2\pi f_1)} \right $	$\left  \frac{\sin(2\pi f_2 N)}{\sin(2\pi f_2)} \right $	$\left  \frac{\sin(2\pi(f_1 + f_2)N)}{\sin(2\pi(f_1 + f_2))} \right $	$\left  \frac{\sin(2\pi(f_1 - f_2)N)}{\sin(2\pi(f_1 - f_2))} \right $
1	1,991	1,977	$10^{-3}$	10,4	6,4	4,76	6,69
2	1,991	1,977	$10^{-2}$	10,4	6,4	4,76	6,69
3	1,991	1,999	$10^{-3}$	10,4	93,55	0	18,9
4	1,991	1,999	$10^{-2}$	10,4	93,55	0	18,9
5	1,991	1,51	$10^{-3}$	10,4	0	93,55	4,94
6	1,991	1,51	$10^{-2}$	10,4	0	93,55	4,94
7	1,991	1,501	$10^{-3}$	10,4	93,55	100	75,68
8	1,991	1,501	$10^{-2}$	10,4	93,55	100	75,68

2. Точность оценивания зависит от абсолютного значения величины  $\sin(2\pi fN) \times \sin^{-1}(2\pi f)$ . Ее увеличение примерно в 9 раз приводит к уменьшению СКО почти в 8 раз (№№ 2, 3, 7–9). Это позволяет при проведении замеров подбирать количество отсчетов в выборке для максимизации указанной величины.

3. Метод сохраняет работоспособность при  $\sigma_\eta = 100$ , что составляет 0,1 амплитуды входного сигнала (позиция № 6), при этом дисперсия оценки  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\tau^2\}}$  меньше, чем в эксперименте № 3, когда  $\sigma_\eta = 1,1$ . Это обусловлено большим значением величины  $\sin(2\pi fN) \sin^{-1}(2\pi f)$ .

В таблице 2 приведены условия численных экспериментов для многочастотного метода. При генерации выборок отсчетов использовались следующие условия:

- 1) сигнал состоял из двух гармонических составляющих;
- 2) амплитуды обеих гармонических составляющих равнялись 1000 квантов АЦП;
- 3) во всех экспериментах значение  $f_1$  оставалось постоянным ( $f_1 = 1,991$ );

4) СКО джиттера  $\sigma_\tau$  задавалось в долях периода входного сигнала с частотой  $F_S f_1$  ( $F_S$  — частота дискретизации);

5) СКО аддитивного шума  $\sigma_\eta$  задавалось в квантах АЦП и было одинаковым во всех экспериментах ( $\sigma_\eta = 1,1$ );

6) распределения отсчетов аддитивного шума и джиттера моделировались нормальным распределением. Для получения одной пары оценок  $\hat{\sigma}_\tau^2$  и  $\hat{\sigma}_\eta^2$  использовалось 100 выборок. Длина каждой выборки равнялась 100 отсчетам.

В таблице 3 применительно к многочастотному методу представлены следующие результаты: выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_\tau^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\tau^2\}}$  для  $\hat{\sigma}_\tau^2$ , выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_\eta^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\eta^2\}}$  для  $\hat{\sigma}_\eta^2$ . Выборочные средние и СКО оценивались по 1000 экспериментов.

На основании результатов, представленных в таблице 3 можно сделать вывод, что точность оценивания зависит от величин  $|\sin(2\pi f_1 N) \sin^{-1}(2\pi f_1)|$ ,  $|\sin(2\pi f_2 N) \times \sin^{-1}(2\pi f_2)|$  и определяется большей из них.

Таблица 3

№	$E\{\hat{\sigma}_\tau^2\}$	$\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\tau^2\}}$	$E\{\hat{\sigma}_\eta^2\}$	$\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\eta^2\}}$
1	$9,82 \times 10^{-7}$	$1,31 \times 10^{-7}$	0,28	5,00
2	$9,76 \times 10^{-5}$	$1,31 \times 10^{-5}$	-55,1	501,5
3	$9,69 \times 10^{-7}$	$5,81 \times 10^{-8}$	0,82	1,90
4	$8,86 \times 10^{-5}$	$6,36 \times 10^{-6}$	279,2	213,3
5	$9,58 \times 10^{-7}$	$4,59 \times 10^{-7}$	1,19	14,2
6	$8,87 \times 10^{-5}$	$4,40 \times 10^{-5}$	231,3	1359
7	$9,61 \times 10^{-7}$	$8,55 \times 10^{-8}$	1,14	2,41
8	$9,39 \times 10^{-5}$	$8,38 \times 10^{-6}$	71,1	234,8

При этом зависимости от значения величин  $|\sin(2\pi(f_1 \pm f_2)N) \sin^{-1}(2\pi(f_1 \pm f_2))|$  не отмечено.

В таблице 4 приведены результаты моделирования для случая 4-х канальной системы. Условия эксперимента в каждом канале системы соответствовали параметрам, заданным в таблице 2. В таблице 4 приведено выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_\tau^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\tau^2\}}$  для  $\hat{\sigma}_\tau^2$  в каждом канале при их оценке одноканальным многочастотным методом, а также выборочное среднее  $E\{\hat{\sigma}_\tau^2\}$  и СКО  $\sqrt{D\{\hat{\sigma}_\tau^2\}}$  при оценке  $\hat{\sigma}_\tau^2$  многоканальным методом. Выборочные средние и СКО по-прежнему оценивались по 1000 экспериментов.

На основании данных, приведенных в таблице 4, можно сделать вывод, что в случае многоканальных оценок (при принятых относительно шумов предположениях) дисперсия оценки  $\hat{\sigma}_\tau^2$  обратно пропорциональна корню квадратному из числа каналов.

Для сопоставления результатов моделирования с реально существующими системами рассмотрим 16-разрядный АЦП AD9467

фирмы Analog Devices с максимальной частотой дискретизации 250 МГц и максимальной полосой аналогового входного сигнала 900 МГц. В этом случае абсолютное значение СКО джиттера, равное 1 пс (величина, достижимая с помощью недорогих генераторов тактового сигнала), при частоте входного гармонического сигнала 874 МГц соответствует  $8,74 \times 10^{-4}$  периода входного сигнала, а отношение частоты сигнала к частоте дискретизации  $874 \text{ МГц} / 250 \text{ МГц} = 3,496$ . Учитывая, что собственный шум АЦП  $\approx 0,88$  кванта, предположим, что совокупный аддитивный шум в процессе измерения равен 1,5 кванта АЦП. Указанные условия соответствуют условиям одночастотного эксперимента №10 из таблицы 1. Таким образом, результаты численного моделирования подтверждают работоспособность разработанного метода в условиях, адекватных существующим техническим системам.

При моделировании были использованы частоты входного сигнала выше частоты дискретизации по следующим причинам:

1. Разработка и анализ радиотехнических систем, работающих в режиме субдискретиза-

Таблица 4

№	Канал 1		Канал 2		Канал 3		Канал 4		4-х каналный	
	$E\{\hat{\sigma}_t^2\}$	$\sqrt{D\{\hat{\sigma}_t^2\}}$								
1	$9,8 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$9,9 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$9,8 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$9,8 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$9,8 \times 10^{-7}$	$6,6 \times 10^{-8}$
2	$9,7 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$9,8 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$9,8 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$9,7 \times 10^{-5}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$9,8 \times 10^{-5}$	$6,4 \times 10^{-6}$
3	$9,7 \times 10^{-7}$	$5,5 \times 10^{-8}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$5,8 \times 10^{-8}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$6,0 \times 10^{-8}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$5,9 \times 10^{-8}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$3,0 \times 10^{-8}$
4	$8,9 \times 10^{-5}$	$6,4 \times 10^{-6}$	$8,9 \times 10^{-5}$	$6,1 \times 10^{-6}$	$8,9 \times 10^{-5}$	$6,1 \times 10^{-6}$	$8,9 \times 10^{-5}$	$6,6 \times 10^{-6}$	$8,9 \times 10^{-5}$	$3,3 \times 10^{-6}$
5	$9,5 \times 10^{-7}$	$4,5 \times 10^{-7}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$4,6 \times 10^{-7}$	$9,8 \times 10^{-7}$	$4,7 \times 10^{-7}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$4,6 \times 10^{-7}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$2,4 \times 10^{-7}$
6	$8,8 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$	$8,6 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$	$8,9 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$	$8,7 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$	$8,7 \times 10^{-5}$	$2,2 \times 10^{-5}$
7	$9,6 \times 10^{-7}$	$8,7 \times 10^{-8}$	$9,7 \times 10^{-7}$	$8,5 \times 10^{-8}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$8,7 \times 10^{-8}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$8,8 \times 10^{-8}$	$9,6 \times 10^{-7}$	$4,4 \times 10^{-8}$
8	$9,4 \times 10^{-5}$	$8,8 \times 10^{-6}$	$9,4 \times 10^{-5}$	$8,6 \times 10^{-6}$	$9,4 \times 10^{-5}$	$8,5 \times 10^{-6}$	$9,4 \times 10^{-5}$	$8,5 \times 10^{-6}$	$9,4 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-6}$

ции (т.е. когда частота входного сигнала превышает половину частоты дискретизации) является одной из областей интересов авторов статьи.

2. Использование режима субдискретизации широко распространено в технологиях беспроводных телекоммуникаций и позволяет упростить радиоканал (уменьшая число преобразований, смягчая требования к фильтрам) не увеличивая при этом информационного потока, требующего цифровой обработки.

3. Полоса рабочих частот современных быстродействующих АЦП, как правило, в несколько раз превышает их максимальную частоту дискретизации. Т.е. эти АЦП ориентированы на работу именно в режиме субдискретизации.

4. Эффекты джиттера проявляются тем сильнее, чем выше частота входного сигнала.

5. Оцифровка радиосигналов с частотой дискретизации, меньшей центральной частоты их спектра ( $F_d \geq 2\Delta f$ ), соответствует известной трактовке теоремы Котельникова для радиочастотных сигналов при условии, что инфор-

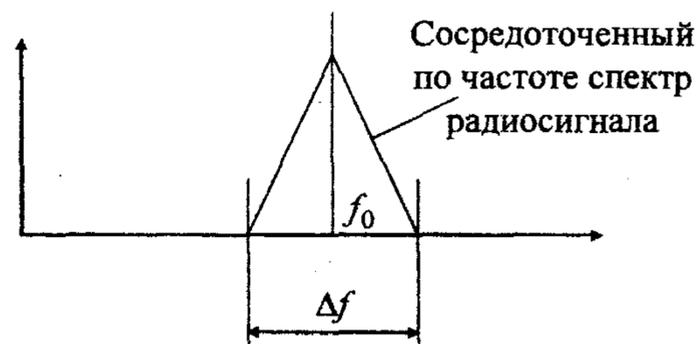


Рис. 1

мация о сигнале заключена не в его центральной частоте, а в смещенном на эту частоту локализованном по ширине спектре сигнала (рис. 1).

В заключение следует сделать вывод, что согласно результатам численного моделирования, разработанные методы позволяют проводить оценку дисперсии джиттера не требуя синхронизации генератора входного сигнала с тактовым генератором АЦП и, тем самым, обеспечивают измерения в условиях, когда синхронизация генераторов невозможна. Многоканальный метод может применяться в цифровых антенных решетках, например, как один из методов встроенной диагностики. Сравне-

ние данных методов с методами для когерентных систем и исследование точности получаемых оценок являются предметом дальнейших исследований.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бондаренко М. В. Фазовый метод оценивания времени апертурной неопределенности / М. В. Бондаренко // Радиозлектроника. — 2010. — Т. 53, № 1. — С. 48–52. — (Изв. вузов).
2. Enhanced Time Base Jitter Compensation of Sine Waves / F. Verbeyst, Y. Rolain, R. Pintelon, J. Schoukens // Instrumentation and Measurement Technology Conference. — IMTC 2007, Warsaw, Poland, May 1–3, 2007. — P. 1–5.
3. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. — М. : Физматгиз, 1963.
4. Патент РФ №2054684. G01R 23/16. Способ измерения амплитудно-частотных характеристик // В. И. Слюсар. — Оpubл. 20.02.96. — Бюл. № 5.
5. Слюсар В. И., Смоляр В. Г. Метод неортогональной дискретной частотной модуляции сигналов для узкополосных каналов связи / В. И. Слюсар, В. Г. Смоляр // Радиозлектроника. — 2004. — Т. 47, № 4. — С. 53–59. — (Изв. вузов).
6. Варюхин В. А. Основы теории многоканального анализа / В. А. Варюхин. — К. : ВА ПВО СВ, 1993. — 171 с.

Поступила после переработки 25.08.2011