

ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ АЦП ПО СИГНАЛУ ИЗВЕСТНОЙ ЧАСТОТЫ

Предложены методы измерения периода дискретизации АЦП по гармоническому сигналу, проанализированы их точностные свойства.

При использовании плат АЦП для ввода аналоговой информации в ПЭВМ нередко возникает необходимость в точном измерении периода дискретизации, особенно, когда такт АЦП формируется центральным процессором ПЭВМ и целиком зависит от быстродействия шинного интерфейса конкретной материнской платы. Для формирования строго периодического запуска АЦП в таких случаях обычно на несколько миллисекунд программно отключают прерывание процессора, но тогда невозможно точно замерить интервал дискретизации, не имея прецизионной измерительной техники. Аналогичная проблема может возникнуть и в случае плат АЦП, содержащих собственный тактовый генератор. Фирма-разработчик часто округляет значение времени преобразования до ближайшего целого.

Для преодоления указанных затруднений рекомендуется метод измерения периода такта АЦП, получаемый из [1]. Применительно к решаемой задаче на вход АЦП требуется подать гармонический сигнал известной частоты и произвести его оцифровку. Помещенные в буфер программы отсчеты напряжений сигнала далее подлежат обработке скользящим по их массиву «трехотсчетным» окном согласно выражению:

$$\Delta t = \frac{1}{2\pi f} \arccos \frac{\sum_{n=1}^N U_{2n} (U_{1n} + U_{3n})}{2 \sum_{n=1}^N U_{2n}^2}, \quad (1)$$

где Δt — искомый интервал дискретизации, f — известная частота тест-сигнала, U_{1n} , U_{2n} , U_{3n} — напряжения первого, второго и третьего отсчетов, обрабатываемых в n -м положении скользящего окна, N — количество усредняемых троек (общее число перемещений окна обработки).

Шаг скольжения при накоплении триад отсчетов может быть произвольным, однако (если АЧХ аналогового тракта достаточно широкополосна, чтобы пренебречь корреляцией шумов) удобно задать его равным одному такту АЦП. Это же справедливо и в отношении интервала между отсчетами тройки. При прореживании сигнальной выборки в (1) следует должным образом откоррек-

тировать значение f . Будучи оптимальной в смысле минимизации среднеквадратической ошибки измерения, процедура (1) обеспечивает точность оценивания интервала Δt , пропорциональную отношению сигнал—шум и частоте тест-сигнала при условии, что величина последней не превышает четверть частоты дискретизации.

Для достижения потенциальной точности измерения можно отказаться от усреднения триад отсчетов, отдав предпочтение обработке всей R -компонентной выборки напряжений по методу максимального правдоподобия. Суть синтеза такой измерительной процедуры, в пренебрежении начальной фазой тест-сигнала, сводится к минимизации функционала:

$$F = \sum_{s=1}^R \{U_s - a \cos [\omega \Delta t (s - 1)]\}^2, \quad (2)$$

где a — амплитуда сигнала, $\omega = 2\pi f$, U_s — напряжение s -го отсчета АЦП.

Поскольку минимум (2) наступает при тех же условиях, что и максимум величины $F_M = a \sum_{s=1}^R U_s \cos [\omega \Delta t (s - 1)]$, искомую процедуру определения

Δt можно получить, подставив оценку амплитуды тест-воздействия, удовлетворяющую уравнению $\partial F / \partial a = 0$.

В результате значение Δt определится путем перебора возможных его оценок в ходе максимизации функции:

$$\tilde{F}_M = \left\{ \sum_{s=1}^R U_s \cos [\omega \Delta t (s - 1)] \right\}^2 \left\{ \sum_{s=1}^R \cos^2 [\omega \Delta t (s - 1)] \right\}^{-1}. \quad (3)$$

Предельно достижимую точность оценивания можно охарактеризовать нижней границей Крамера—Рао. Для ее вывода были получены вторые частные производные функционала (2) и определены их математические ожидания. В результате обращения соответствующей информационной матрицы Фишера дисперсия оценки периода дискретизации $\sigma_{\Delta t}^2$ выразилась в виде:

$$\sigma_{\Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{a^2 \omega^2} \left[\sum_{s=1}^R (s-1)^2 \sin^2 [\omega \Delta t (s-1)] \right]^{-1}$$

$$\left[\frac{\left(\sum_{s=1}^R (s-1) \sin [2 \omega \Delta t (s-1)] \right)^2}{R} - 4 \sum_{s=1}^R \cos^2 [\omega \Delta t (s-1)] \right]^{-1}, \quad (4)$$

где $\sigma_{\text{ш}}^2$ — дисперсия шума в одном отсчете.

Анализ соотношения (4) свидетельствует, что наивысшая точность измерения имеет место при $\omega \Delta t = \frac{\pi}{2} (2n-1)$ ($n = 1, 2, \dots$), т. е. когда частота дискретизации в четыре раза превышает частоту тест-сигнала. При этом:

$$\sigma_{\Delta t}^2 \geq \frac{6 \sigma_{\text{ш}}^2}{a^2 \omega^2 R [R^2 - 1]}. \quad (5)$$

Формулы (4), (5) не учитывают корреляции шумов, начальной фазы сигнала, нелинейности АЦП, шумов квантования и дискретизации, нестабильности тактовой частоты.

Для устранения смещенности оценки периода дискретизации, вызванной отсутствием информации о начальной фазе, следует взамен (2) минимизировать функционал:

$$Q = \sum_{s=1}^R \{ U_s - a^c \cos p_s + a^s \sin p_s \}^2 = \min, \quad (6)$$

где $p_s = \omega \Delta t (s-1)$, $a^c = a \cos \varphi$, $a^s = a \sin \varphi$, φ — начальная фаза.

Решив систему уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial a^c} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial a^s} = 0,$$

получим оценки квадратурных составляющих амплитуды сигнала:

$$\begin{aligned} \hat{a}^c &= \left[\sum_{s=1}^R \sin^2 p_s D_1 - \frac{1}{2} \sum_{s=1}^R \sin 2 p_s D_2 \right] D^{-1}, \\ \hat{a}^s &= \left[- \sum_{s=1}^R \cos^2 p_s D_2 + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^R \sin 2 p_s D_1 \right] D^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$D_1 = \sum_{s=1}^R U_s \cos p_s, \quad D_2 = \sum_{s=1}^R U_s \sin p_s,$$

$$D = \left[\sum_{s=1}^R \sin^2 p_s \right] \left[\sum_{s=1}^R \cos^2 p_s \right] - \frac{1}{4} \left[\sum_{s=1}^R \sin 2 p_s \right]^2.$$

Анализируя условие (6), как и в случае функционала (2), несложно сделать вывод о возможности замены его эквивалентным критерием:

$$Q_M = a^c \sum_{s=1}^R U_s \cos p_s - a^s \sum_{s=1}^R U_s \sin p_s = \max$$

Последующая подстановка в это соотношение оценок (7) после ряда преобразований приводит к компактному результату:

$$Q_M = \frac{\sum_{s=1}^R \{ \sin p_s D_1 - \cos p_s D_2 \}^2}{D} = \max. \quad (8)$$

С точки зрения удобства технической реализации, полученное соотношение имеет смысл трансформировать к виду, аналогичному приведенному в [3]:

$$Q_M = \frac{D_1^2 f_1 + D_2^2 f_2 - D_1 D_2 f_3}{D} = \max, \quad (9)$$

где

$$f_1 = \sum_{s=1}^R \cos^2 p_s, \quad f_2 = \sum_{s=1}^R \sin^2 p_s, \quad f_3 = \sum_{s=1}^R \sin 2 p_s.$$

Существенно, что в отличие от [3] в выражении (9) отсутствует девиация частоты, учитывается знаменатель и перебор осуществляется по неизвестной Δt .

Как показали результаты экспериментов, в зависимости от разрядности АЦП, величины усреднения и стабильности частоты дискретизации, согласно (9) могут быть получены точности измерения Δt порядка нескольких наносекунд. Например, на 12-разрядном АЦП по двухвольтовому гармоническому сигналу частоты 10 кГц был измерен период дискретизации 3,407 мкс с погрешностью ± 2 нс. Для этого использовалась выборка из 4000 отсчетов сигнала, в

качестве источника которого применялся низкочастотный прецизионный генератор ГЗ-110 с дискретностью установки частоты 0,01 Гц.

Среди других факторов, влияющих на точность метода (9), по прежнему необходимо указать отношение сигнал—шум и частоту тест-воздействия. Кроме того, дополнительно появляется зависимость дисперсии Δt от начальной фазы гармонического сигнала φ . Как и следовало ожидать, нижняя граница Крамера—Рао для (9) оказывается больше, чем (4), и при $\omega \Delta t = \pi / 2$, $\varphi = 0$ получим:

$$\sigma_{\Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{a^2 \omega^2} \left[\sum_{s=1}^R (s-1)^2 \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (s-1) \right] - \frac{\left(\sum_{s=1}^R (s-1) \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (s-1) \right] \right)^2}{\sum_{s=1}^R \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (s-1) \right]} \right]^{-1}$$

или с учетом [2] для четного R :

$$\sigma_{\Delta t}^2 \geq \frac{6 \sigma_{\text{ш}}^2}{a^2 \omega^2 R [0,25 R^2 - 1]}$$

что явно больше (5).

В заключение отметим, что в качестве варианта измерительной процедуры можно рассматривать первоначальное определение Δt по (1), (3) с последующим уточнением результата в рамках процедур (8) или (9) путем задания частоты тест-сигнала согласно условию $\omega \Delta t = \pi (2n - 1) / 2$. Для исключения влияния начальной фазы сигнала на точность несмещенной оценки Δt целесообразно перейти к комплексному представлению отсчетов напряжений, например, на основе дискретного преобразования Гильберта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Слюсар В. И., Покровский В. И., Сахно В. Ф. и др. Способ измерения частоты гармонических колебаний.— Заявка на выдачу патента РФ на изобретение № 5062480/09 (042802) от 18.09.92. МПК⁶ G01R23/00. Положительное решение ВНИИГПЭ о выдаче патента от 27.09.95.

2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.— М.: Наука, 1971.

3. Пат. РФ № 2042956, МПК G01 S 7/285, 13/10. Цифровой способ оптимального приема линейно-частотно-модулированных импульсов // Слюсар В. И., Покровский В. И., Сахно В. Ф.— Оpubл. в БИ № 24, 1995, 228 с.

г. Киев.

Поступила в редакцию 25.02.97.