

СЛЮСАР В. И.

### ИЗМЕРЕНИЕ ДАЛЬНОСТИ С ТОЧНОСТЬЮ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ ЧАСТОТЕ ЗАПОЛНЕНИЯ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ РАДИОИМПУЛЬСА

Рассмотрены методы повышения точности измерения дальности пропорционально частоте заполнения и длительности радиоимпульса, основанные на формировании в приемнике многочастотного сигнала и его согласованной обработке в режиме «скользящего окна».

Отличительной особенностью оценивания параметров источников сигналов при аналого-цифровом преобразовании (АЦП) радиоимпульсов является возможность извлечения информации, содержащейся в их «тонкой структуре» [1]. Применительно к дальнометрии ее учет проявляется в достижении точности измерения, пропорциональной не ширине спектра сигнала  $\Delta\omega$ , а его несущей  $\omega$ , при условии, что  $\omega \gg \Delta\omega$  [2]. Однако необходимо наличие информации о начальной фазе сигнала [1, 2]. В противном случае определение дальности с точностью, пропорциональной его частоте заполнения, до сих пор удавалось выполнять только со смещением. Речь идет о процедурах оптимального суммирования и других методах формирования корреляционных радиофункций, положение максимума которых зависит от начальной фазы радиоимпульса.

Целью настоящей статьи является рассмотрение измерительных процедур, обеспечивающих даже при неизвестной начальной фазе сигнала несмещенность оценок времени задержки с дисперсией, обратно пропорциональной частоте заполнения и длительности радиосигнала.

Задавшись комплексным представлением напряжений, будем полагать известными начальную фазу и частоту радиоимпульса. Тогда нижняя граница Крамера—Рао для дисперсии ошибки измерения дальности цифровым способом, без учета корреляции шумов, распределенных по нормальному закону, и ошибок квантования-дискретизации, может быть выражена в виде:

$$\sigma_{b\Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{ш}^2}{a^2} \times \left\{ \sum_{s=b}^{b+N} [K'(s-b)]^2 - \frac{\left[ \sum_{s=b}^{b+N} K(s-b) K'(s-b) \right]^2}{\sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b)} + \omega^2 \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) \right\}^{-1}, \quad (1)$$

где  $a$  — амплитуда сигнала,  $\sigma_{ш}^2$  — дисперсия шумов в квадратурной составляющей его напряжений,  $K(s-b)$  — нормированная к своему максимуму дискретная функция огибающей радиоимпульса (полагается

$$K(0) = K(N) < \Delta U, \Delta U$$

— шаг квантования АЦП),  $b$  — оценка момента начала сигнала в отсчетах АЦП,

$$K'(s-b) = \frac{\partial K(s-b)}{\partial b}, \omega$$

— частота заполнения радиоимпульса,  $N$  — его длительность в периодах дискретизации  $\Delta t$ .

При неизвестной начальной фазе время задержки комплексного радиоимпульса фиксируется с дисперсией ошибки, аналогичной приведенной в [3]:

$$\sigma_{b\Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{ш}^2}{a^2} \left\{ \sum_{s=b}^{b+N} [K'(s-b)]^2 - \frac{\left[ \sum_{s=b}^{b+N} K(s-b) K'(s-b) \right]^2}{\sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b)} \right\}^{-1}, \quad (2)$$

При этом исчезает зависимость дисперсии оценки дальности от частоты, хотя ряд элементов исходной информационной матрицы Фишера, порождающей (2), и содержит  $\omega$  в качестве свободной константы. В этом можно убедиться, вычислив частные производные информационного эквивалента функционала правдоподобия

$$F = \sum_{s=b}^{b+N} \left[ \{ U_s^c - a K(s-b) \cos(\omega \Delta t(s-b) + \phi) \}^2 + \{ U_s^s - a K(s-b) \sin(\omega \Delta t(s-b) + \phi) \}^2 \right] \quad (3)$$

по неизвестным  $a^c = a \cos \phi$ ,  $a^s = a \sin \phi$  ( $\phi$  — начальная фаза) и определив их математические ожидания. Искомая матрица Фишера запишется в виде:

$$I = \frac{1}{\sigma_{ш}^2} \begin{bmatrix} \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) & 0 & X \\ 0 & \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) & Y \\ X & Y & A \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где

$$A = a^2 \omega^2 \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) + a^2 \sum_{s=b}^{b+N} [K'(s-b)]^2,$$

$$X = \omega a^s \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) - a^c \sum_{s=b}^{b+N} K'(s-b) K(s-b),$$

$$Y = -\omega a^c \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) - a^s \sum_{s=b}^{b+N} K'(s-b) K(s-b).$$

Заметим, что взаимная компенсация в (2) элементов, содержащих свободные множители  $\omega$  и  $\omega^2$ , происходит при обращении матрицы (4), в процессе вычисления ее определителя. Предотвратить данное явление позволило бы наличие в математических ожиданиях вторых производных (3) операции дополнительного суммирования, например, по некоторому индексу  $r$ , от которого бы зависела частота  $\omega$ .

Соответствующая матрица Фишера

$$I = \frac{1}{\sigma_{\text{ш}}^2} \begin{bmatrix} \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) & 0 & X \\ 0 & \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) & Y \\ X & Y & A \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где

$$A = a^2 \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} [K_r'(s-b)]^2 + a^2 \sum_{r=1}^R \omega_r^2 \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b),$$

$$X = a^s \sum_{r=1}^R \omega_r \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) - a^c \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r(s-b) K_r'(s-b),$$

$$Y = -a^s \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r(s-b) K_r'(s-b) - a^c \sum_{r=1}^R \omega_r \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b),$$

а порождаемая ею нижняя граница Крамера—Рао:

$$\sigma_{b \Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{a^2} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} [K_r'(s-b)]^2 - \frac{\left[ \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r'(s-b) K_r(s-b) \right]^2}{\sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b)} + D \right\}^{-1}, \quad (6)$$

где

$$D = \sum_{r=1}^R \omega_r^2 \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) - \left[ \sum_{r=1}^R \omega_r \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) \right]^2 \times$$

$$\times \left[ \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2(s-b) \right]^{-1}.$$

Как и следовало ожидать, в знаменателе (6) сохранилась зависимость от частоты, отсутствующая в (2).

Сопоставляя матрицы (4) и (5), можно получить искомый эквивалент функционала правдоподобия:

$$F = \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} [ \{ U_{sr}^c - a_r K_r(s-b) \cos [\omega_r \Delta t (s-b) + \phi_r] \}^2 +$$

$$+ \{ U_{sr}^s - a_r K_r(s-b) \sin [\omega_r \Delta t (s-b) + \phi_r] \}^2 ] = \min, \quad (7)$$

где  $r$  — порядковый номер частоты,  $K_r(s-b)$  — дискретная функция огибающей импульса на  $r$ -й частоте,  $U_{sr}^c$ ,  $U_{sr}^s$  — квадратурные составляющие напряжений сигнала  $r$ -й частоты,  $\phi_r$  — отклонение его начальной фазы от номинала (здесь индексы  $r$  у амплитуды и начальной фазы добавлены для большей общности).

Следуя [4], модифицируем (7), исключив неизвестные амплитуды сигналов. Для этого определим их оценки, минимизирующие квадратичную ошибку (7), и подставим таковые в перекрестные произведения слагаемых, образующих невязки. В результате получим тождественное условие:

$$F_{\text{м}} = \left\{ \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r(s-b) [ U_{sr}^c \cos [\omega_r \Delta t (s-b) + \phi_r] + \right.$$

$$+ U_{sr}^s \sin [\omega_r \Delta t (s - b) + \phi_r ] \Big]^2 + \left\{ \sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r (s - b) \times \right. \quad (8)$$

$$\left. \times [U_{sr}^s \cos [\omega_r \Delta t (s - b) + \phi_r ] - U_{sr}^c \sin [\omega_r \Delta t (s - b) + \phi_r ] \right\}^2 = \max.$$

В данном случае опущен нормирующий множитель

$$\sum_{r=1}^R \sum_{s=b}^{b+N} K_r^2 (s - b),$$

поскольку он не влияет на положение максимума функции  $F_M$ .

Таким образом, в математическом плане задача измерения дальности свелась к максимизации (8) путем перебора оценки  $b$  в режиме скользящего по массивам отсчетов  $U_{sr}^c$  и  $U_{sr}^s$  окна обработки. Что касается технических аспектов реализации данного алгоритма, то они не менее существенны. Дело в том, что чисто внешне синтезированная процедура может быть классифицирована как одна из разновидностей многочастотного зондирования. Однако для достижения точности (6) необходимо соблюдение условия полной предсказуемости всех  $R - 1$  комплексных амплитуд по отношению к  $R$ -й, принятой за реперную. В многочастотном зондировании данное требование практически невыполнимо, особенно если источник сигналов движется.

Поэтому отличием предлагаемого подхода является использование одиночного зондирующего импульса и формирование многочастотного пакета в самом приемнике, по принятому сигналу, что может быть выполнено путем преобразования его несущей на  $R$  промежуточных частотах. Пренебрегая наличием шумов, их взаимной корреляцией и нестабильностями параметров смесительно-усилительных блоков, можно полагать, что амплитуды и начальные фазы сформированных таким образом радиоимпульсов будут жестко связаны со значениями аналогичных параметров эхо-сигнала. Данное обстоятельство позволит выразить значения  $a_r$  и  $\phi_r$  через оценки комплексной амплитуды одной из частот.

Вычислительные затраты в процессе измерения были бы наименьшими в случае полного совпадения амплитуд и начальных фаз радиоимпульсов. Если аналоговая часть приемного тракта не обеспечивает тождества указанных параметров, то устранить их различия позволяет коррекция полученных после аналого-цифрового преобразования комплексных напряжений сигналов по схеме:

$$\tilde{U}_{sr}^c = U_{sr}^c \alpha_r^c - U_{sr}^s \alpha_r^s, \quad \tilde{U}_{sr}^s = U_{sr}^s \alpha_r^c + U_{sr}^c \alpha_r^s.$$

Значения коэффициентов коррекции  $\alpha_r^c$ ,  $\alpha_r^s$  можно вычислить аналогично [5] по  $S$  отсчетам напряжений контрольного сигнала в реперном канале  $U_{s, \text{эт}}^c(s)$ .

$$\alpha_r^c = \frac{\sum_{s=1}^S \left\{ U_{s, \text{эт}}^c U_{sr}^c + U_{s, \text{эт}}^s U_{sr}^s \right\}}{\sum_{s=1}^S \left( U_{sr}^{c2} + U_{sr}^{s2} \right)}, \quad \alpha_r^s = \frac{\sum_{s=1}^S \left\{ U_{s, \text{эт}}^s U_{sr}^c - U_{s, \text{эт}}^c U_{sr}^s \right\}}{\sum_{s=1}^S \left( U_{sr}^{c2} + U_{sr}^{s2} \right)}.$$

Заметим, что для формирования тестовой последовательности может быть задействован просочившийся в приемник импульс передатчика, а при разбросе дисперсий шумов в квадратурных составляющих  $U_{sr}^c$  и  $U_{sr}^s$  процедура коррекции может быть дополнена нормировкой соответствующих  $r$ -й частоте квадратур к дисперсии их шума.

Среди условий, облегчающих аппаратную реализацию предлагаемого подхода, важную роль играет совпадение огибающих всех  $R$  сигналов. При этом заметно упрощается и аналитическая оценка потенциальной точности измерений. Воспользуемся данным обстоятельством для ее детального анализа.

Исключив в (7) зависимость закона изменения огибающей от индекса  $r$  и выразив значения всех частот, например, через их максимум  $\omega_0$  ( $\omega_r = \gamma_r \omega_0$ ,  $0 \leq \gamma_r \leq 1$ ), получим:

$$\sigma_{b \Delta t}^2 \geq \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{a^2} \left\{ R \left\{ \sum_{s=b}^{b+N} [K'(s-b)]^2 - \frac{\left[ \sum_{s=b}^{b+N} K(s-b) K'(s-b) \right]^2}{\sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b)} \right\} + \right. \quad (9)$$

$$\left. + \bar{D} \omega_0^2 \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) \right\}^{-1},$$

где

$$\bar{D} = \sum_{r=1}^R \gamma_r^2 - \left[ \sum_{r=1}^R \gamma_r \right]^2 R^{-1}.$$

Для узкополосных радиоимпульсов с симметричной огибающей не- сложно добиться превышения частотой заполнения  $\omega_0$  ширины спектра сигнала, поэтому соблюдается неравенство:

$$a^2 R \sum_{s=b}^{b+N} [K'(s-b)]^2 \ll a^2 \omega_0^2 \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) \times \left[ \sum_{r=1}^R \gamma_r^2 - \frac{\left[ \sum_{r=1}^R \gamma_r \right]^2}{R} \right] \quad (10)$$

и оценка точности (9), при отсутствии аномальных выбросов, обусловлен- ных боковыми лепестками функции  $F_M$  (8), будет подобно (1) пропорци- ональной частоте заполнения  $\omega_0$  и длительности радиоимпульсов в периодах дискретизации:

$$\sigma_{b \Delta t}^2 \approx \frac{\sigma_{ш}^2}{a^2 \omega_0^2} \left[ \sum_{s=b}^{b+N} K^2(s-b) \left[ \sum_{r=1}^R \gamma_r^2 - \frac{\left[ \sum_{r=1}^R \gamma_r \right]^2}{R} \right] \right]^{-1} \quad (11)$$

С целью подтверждения справедливости полученных резуль- татов было проведено математическое моделирование процедуры (8) с учетом некоррелированных гауссовских шумов для случая согласованной фильтрации двух импульсов. Следует отметить, что такое их количество представляется наиболее интересным для практической реализации, поскольку требует минимальных аппаратных затрат.

В позиции 1 рис. 1 приведен результат формирования нормированной функции (8) при условии, что оба сигнала начинались на 100-м отсчете АЦП, их амплитуды равнялись 100 квантам, отношение сигнал—шум составило 50, а остальные величины, входящие в (8), приняли следующие значения:

$$R = 2, K_r(s-b) = \sin^2 \frac{\pi}{N_r} (s-100),$$

$$r = 1; 2, N_1 = N_2 = 100, \phi_1 = \phi_2 = 0, \omega_1 \Delta t = 0,2\pi, \omega_2 \Delta t = 0,1\pi. \quad (12)$$

Для сравнения в позиции 2 показан результат обработки двух радио- импульсов, имеющих совпадающие частоты заполнения. При этом шири-

на отклика скользящего окна целиком определяется огибающей  $\sin^2 \frac{\pi}{100} (s-100)$  и не зависит от несущей.

В результате статистического моделирования было получено под- тверждение инвариантности  $\sigma_{b \Delta t}^2$  к начальной фазе сигнала, наличия зависимости точности оценивания дальности от длительности импульса и разности частот  $\omega_1, \omega_2$ . Существенно, что при двухсигнальных измерениях точность оценивания может быть одинаковой при различных комбинаци- ях частот заполнения. Определяющим фактором при этом являются не значения частот, а их разность  $(\omega_1 - \omega_2)^2$ .

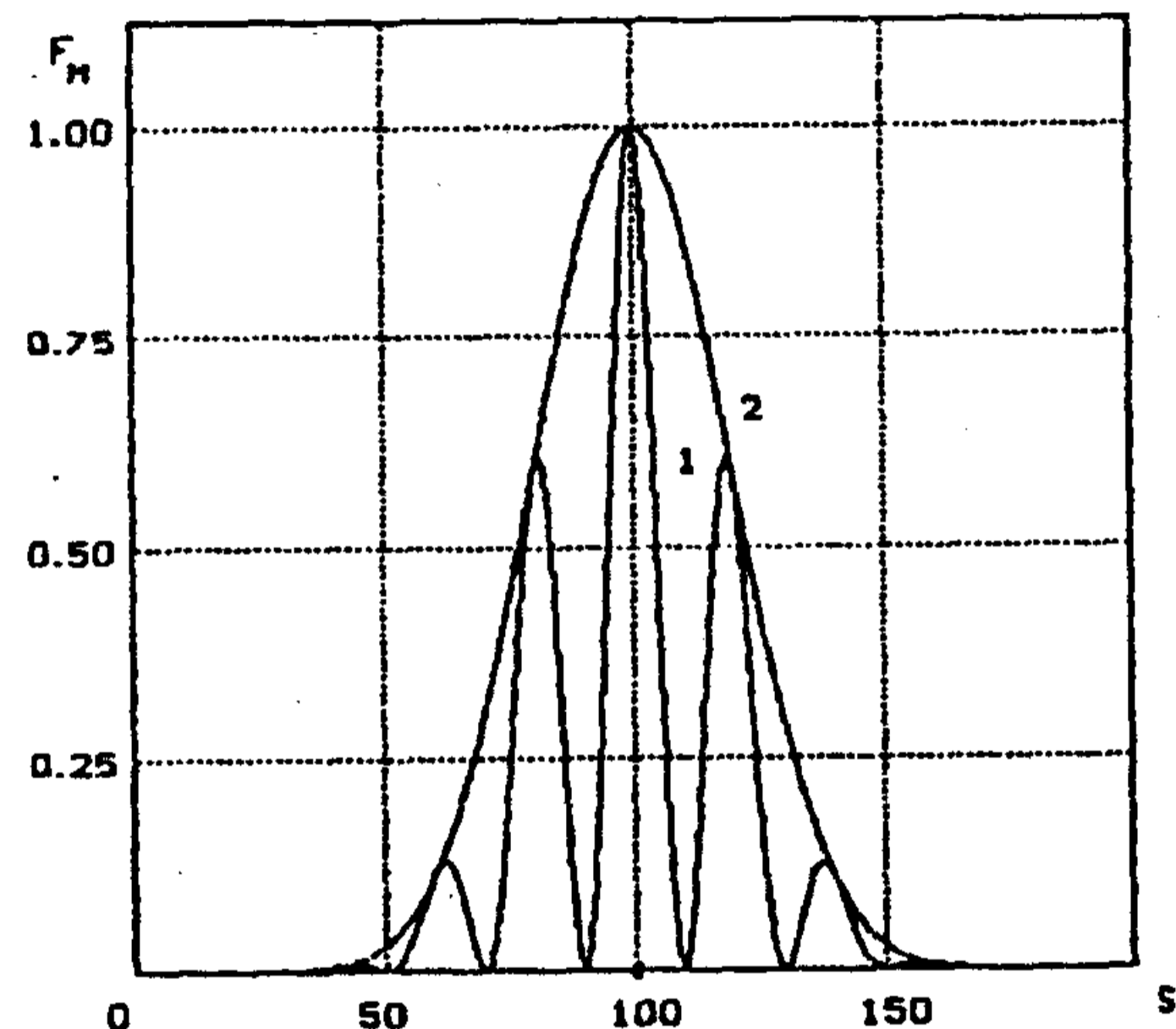


Рис. 1

Анализ оценок точности (9), (11) для двухсигнальной обработки, подкрепленный результатами моделирования, позволяет сделать вывод, что при фиксированном максимуме частоты  $\omega_0$  наибольшая точность из- мерения имеет место в случае, когда один из сигналов — комплексный видеоимпульс. Данный вывод ставит точку в поиске ответа на вопрос о том, как лучше измерять время задержки сигнала: на радио- или видео- частоте. Предпочтительным оказывается вариант, когда в обработке за- действованы и радио-, и видеосигнал одновременно. Соответствующая процедура измерения сводится к максимизации путем перебора оценки  $b$  выражения:

$$F_M = \left\{ \sum_{s=b}^{b+N} K(s-b) \left[ U_{s_0}^c + U_{s_\omega}^c \cos \omega \Delta t (s-b) + U_{s_\omega}^s \sin \omega \Delta t (s-b) \right] \right\}^2 + \left\{ \sum_{s=b}^{b+N} K(s-b) \left[ U_{s_0}^s + U_{s_\omega}^s \cos \omega \Delta t (s-b) - U_{s_\omega}^c \sin \omega \Delta t (s-b) \right] \right\}^2, \quad (13),$$

где  $U_{s_0}^s, U_{s_0}^c$  — напряжения квадратурных составляющих видеосигнала в  $s$ -й момент времени;  $U_{s_\omega}^s, U_{s_\omega}^c$  — то же для радиоимпульса.

В данном случае, как и прежде, полагается, что огибающие видео- и радиосигнала одинаковы, а их комплексные амплитуды — совпадают.

В заключение необходимо отметить, что рассмотренный здесь класс измерительных процедур сохраняет свою работоспособность при отклонениях в разумных пределах амплитуд, законов изменения огибающих и соотношения начальных фаз сигналов от расчетных. Например, на рис. 2, 3 приведены отклики скользящего окна (8) для исходных данных (12) при неучтенных разбалансах амплитуд и начальных фаз радиоимпульсов соответственно. Вместо предполагавшегося равенства указанных параметров, у одного из сигналов имело место 2-х кратное падение амплитуды (рис. 2) и уход начальной фазы на  $30^\circ$  от номинальной (рис. 3).

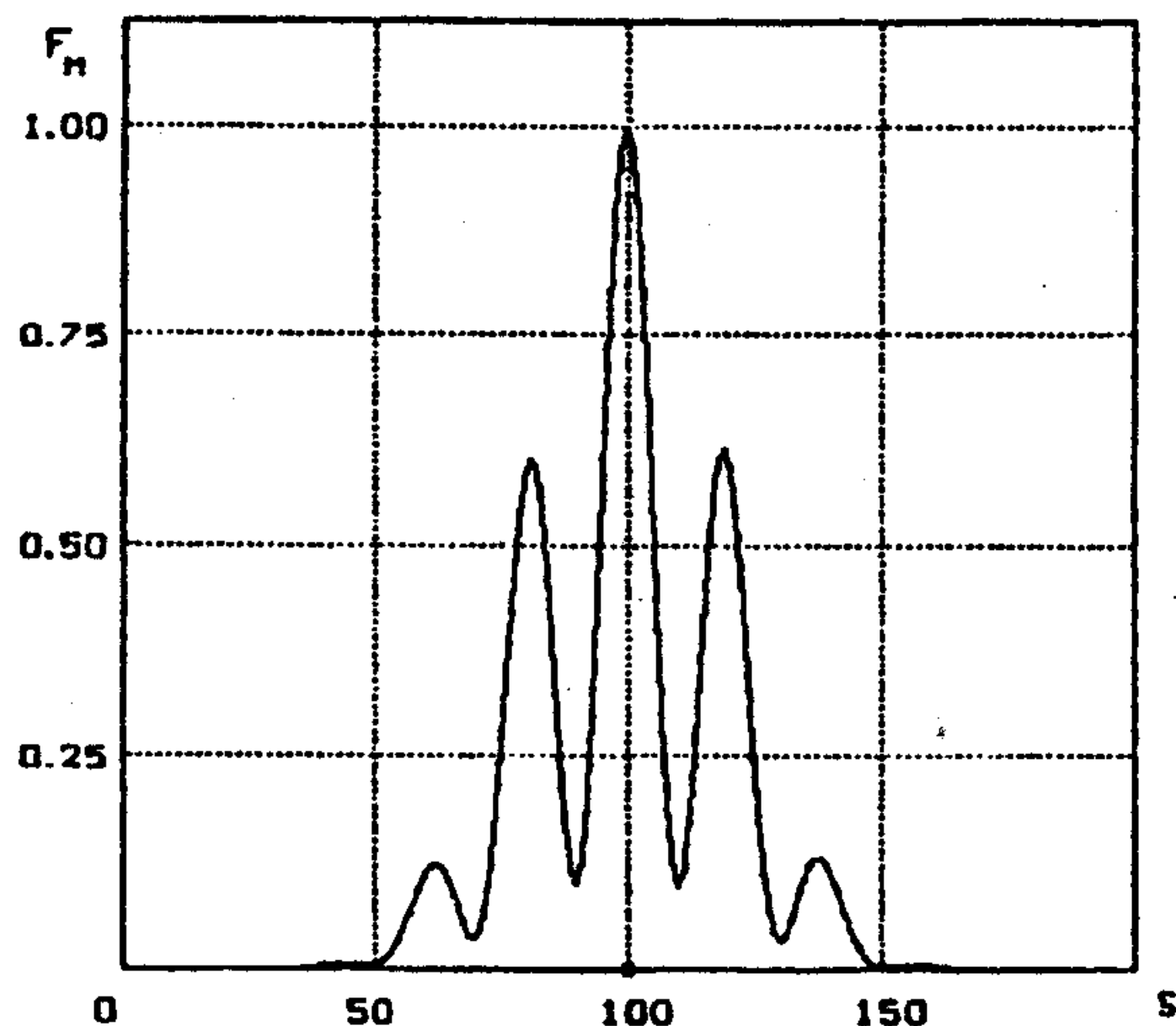


Рис. 2

Наряду с повышением точности измерения, изложенный подход улучшает и разрешающую способность по дальности в рэлеевском смысле.

Однако из-за наличия боковых лепестков, способных маскировать слабые сигналы, обужение главного лепестка функций (8), (13) более, чем в 4 раза при гауссовской огибающей нежелательно. Данная мера позволяет также ограничить влияние на точность измерения аномальных выбросов оценок дальности за пределы главного лепестка отклика (8),

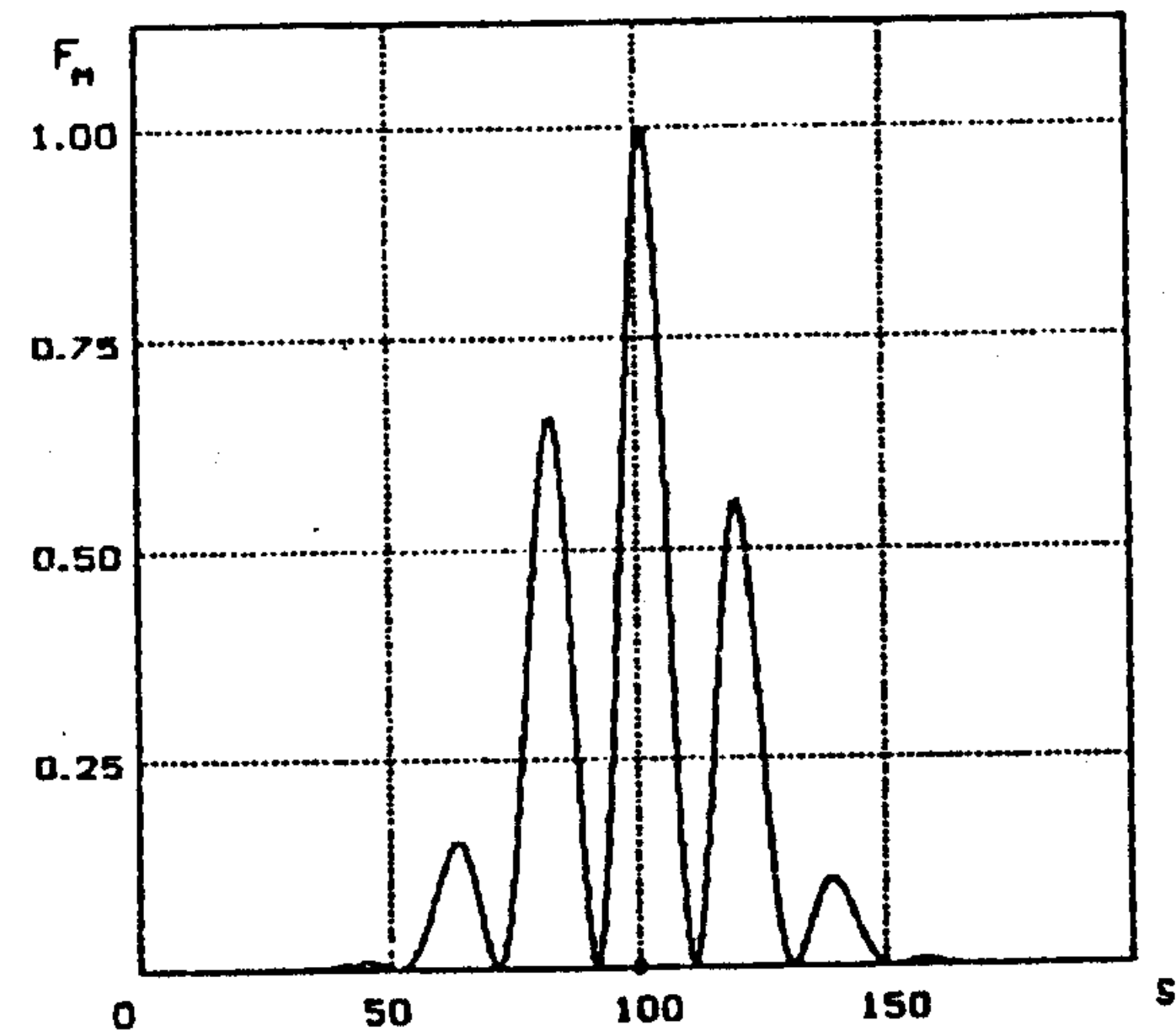


Рис. 3

(13). При необходимости радикального повышения разрешающей способности можно достичь и в условиях высоких боковых лепестков  $F_M$  на основе специальных процедур сверхразрешения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Скольник М. Введение в технику радиолокационных систем. — М.: Мир, 1965. — С. 563—564.
2. Радиотехнические системы: Учеб. для вузов // Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов и др.; Под ред. Ю. М. Казаринова. — М.: Высш. шк., 1990. — 130 с.
3. Слюсар В. И. Синтез алгоритмов измерения дальности  $M$  источников при дополнительном стробировании отсчетов АЦП // Радиотехника. — 1996. — № 5. — С. 55—62. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Тафтс Д. У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия // ТИИЭР, 1982. — Т. 70. — № 9. — С. 78—94.
5. Заявка на выдачу патента РФ на изобретение № 92004094/09 от 16.10.92. Способ коррекции амплитудно-фазовых характеристик первичных каналов цифровой антенной решетки. МПК H01Q 3/36, 29/10 // Слюсар В. И., Покровский В. И., Сахно В. Ф. — Оpubл. 10.07.95, БИ № 19, с. 75—76.

г. Киев.

Поступила в редакцию после переработки 29.11.96.